

Cosserat連続体力学理論に基づく地盤の数値解析

熊本大学大学院 学生員○山本健太郎

熊本大学工学部 正 員 大谷 順

1. はじめに

近年、力学の理論において、従来の物質点で定式化される“連続体力学”から材料の微視構造に着目した力学、すなわち“マイクロメカニクス”が地盤工学の分野においても、その有用性が明らかにされつつある。特にその中においても、従来の応力-ひずみ関係式に新たに微視構造の偶応力-回転関係式を考慮した“Cosserat連続体力学”は、地盤材料のような粒状体の局所破壊の解明に用いられ始めている¹⁾。しかし、一方、この理論の実際の境界値問題への適用については、未だ確立されていない現状にある。

そこで、本研究では以上の背景を基に、すべり線に沿った弱面が評価できる土粒子の微視構造を考慮したCosserat連続体力学理論に基づく剛塑性有限要素解析手法を開発することを目的とする。今回の報告では、地盤をCosserat連続体として扱った場合の弾性解析を行い、通常の連続体として扱った場合の弾性解析の結果と比較して、変形及び破壊のメカニズムにどう偶応力が影響するのかを見る。

2. 有限要素定式化

支配方程式は以下の通りである。

① 力の釣り合い式

$$\sigma_{ji,j} + b_i = 0$$

② モーメントの釣り合い式

$$m_{ji,j} + e_{ijk} \sigma_{jk} = 0$$

③ 適合条件

$$\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + e_{ijk} \phi_{k^c}, \quad \kappa_{ij} = \phi_{j^c,i}$$

④ 構成式

1) 応力-ひずみ関係

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

2) 偶応力-曲率関係

$$m_{ij} = \mu \ell_c^2 \kappa_{ij}$$

$$\ell_c^2 = \eta / \mu$$

ここに、 σ_{ij} : Cauchy応力、 b_i : 物体力、 m_{ij} : 偶応力、 e_{ijk} : 交代記号、 ε_{ij} : ひずみ、 κ_{ij} : 曲率、 ϕ_{j^c} : Cosserat回転、 D_{ijkl} : 弾性係数、 ℓ_c : 特性長、 η : 曲率弾性係数、 μ : せん断弾性係数。

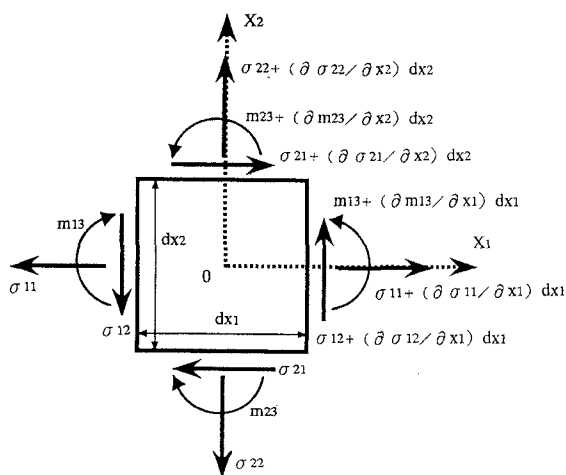


図-1 応力と偶応力の釣り合い

この定式化によりCosserat連続体を考慮する場合には、応力-ひずみマトリックスDの中にCosseratせん断弾性係数 μ_c 、材料に特有のパラメータである特性長 ℓ_c が含まれる。また、図-1には応力と偶応力の釣り合いを示す。この図において、 m_{ij} の下添字の最初は作用面を、2番目のものは回転軸の方向を表す。なお、構成式において考慮させた偶応力-曲率関係は、粒子の微視的回転が材料全体の変位から定まる偶応力理論(回転が制限されたCosserat連続体)であることであるが、本報告ではこの関係式を一般的なCosserat連続体(構成粒子の微視的回転が材料全体の変位と独立)にも適用した。

3. 数値解析

図-2に示すような帯状荷重が作用する解析モデルを考える。図-3には通常の連続体による変形挙動、図-4から図-6までは地盤をCosserat連続体と考えた時の変形挙動を示す。まず、通常の連続体による変形挙動と地盤をCosserat連続体と考えた時の変形挙動を比較すると地盤をCosserat連続体と考えた時では、個々の粒子の回転が考慮され、曲げの効果が生ずるため変位が抑えられている。また、変形がより遠くの位置にまで及んでいる。次に、 μ_c と ℓ_c が違う値である

図-4と図-5を比較すると μ_c と ℓ_c が大きくなるほど変位が抑えられ、変形がより遠くの位置にまで及んでいる。ただし、今回の報告では塑性を全く考慮していない弾性解析を行っているので、Cosserat連続体力学理論の二つのパラメータである μ_c と ℓ_c は変形挙動の差異をみるためにかなり大きくとらなければならなかった。しかし、通常はこれらのパラメータは、粒子間同士の衝突や回転の影響が考慮されるせん断帯等の幅を考慮して決定されるべきである。なお、今回の報告以外にも様々なケースで変形挙動を見比べたことから、 ℓ_c は粒子が他の粒子に影響を及ぼす範囲と微小曲率と偶応力の間の関係を定める曲げ剛性を決定する。一方、 μ_c は変形がどのくらいの位置にまで及ぶかに関わっている。ゆえに、本研究を破壊解析へと拡張する場合にも、 ℓ_c はせん断帯の大きさに、 μ_c はせん断帯での局所化現象がどれくらいの距離にまで影響を及ぼすかに関わるように思われる。

なお、 μ_c と ℓ_c が同値で、要素数が64の図-4と要素数が256の図-6とを比較すると変形があまり変わらない。これにより、Cosserat連続体力学理論を用いて、新たに粒子自身の回転の自由度を付加することにより、解のメッシュサイズ依存性がなくなることが確認できる。

4. 終わりに

本報告では地盤を不連続な粒子の集合体であると見なして、Cosserat連続体力学理論に基づく変形解析を行った。今後は、さらにせん断帯における粒状帯の局所破壊が解明できるCosserat連続体力学理論に基づく剛塑性有限要素解析へと発展させる予定である。

参考文献:1)H.-B. Muhlhaus and I. Vardoulakis: The thickness of shear bands in granular materials, Geotechnique 37:271-283, 1987.

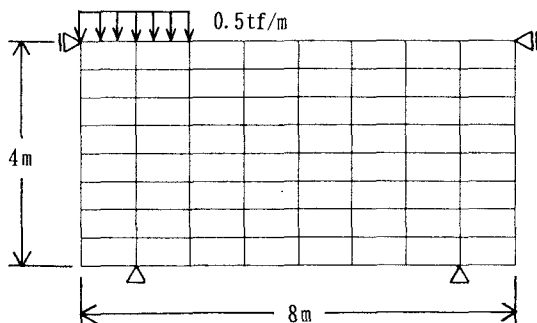


図-2 解析モデル

変位
0
0.001 (m)

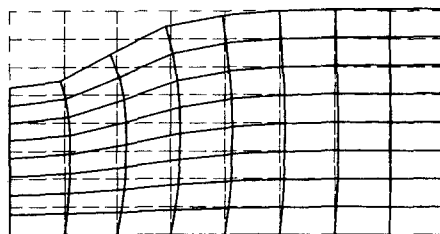


図-3 通常の連続体による変形挙動
($\lambda = 576.9 \text{ tf/m}^2$, $\mu = 384.6 \text{ tf/m}^2$)

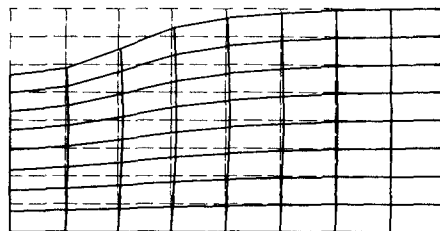


図-4 Cosserat連続体による変形挙動
($\lambda = 576.9 \text{ tf/m}^2$, $\mu = \mu_c = 384.6 \text{ tf/m}^2$, $\ell_c = 4.0 \text{ m}$)

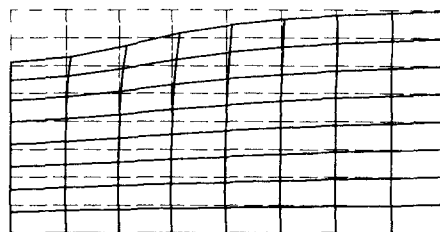


図-5 Cosserat連続体による変形挙動
($\lambda = 576.9 \text{ tf/m}^2$, $\mu = 384.6 \text{ tf/m}^2$, $\mu_c = 20 \mu = 7692.0 \text{ tf/m}^2$, $\ell_c = 20.0 \text{ m}$)

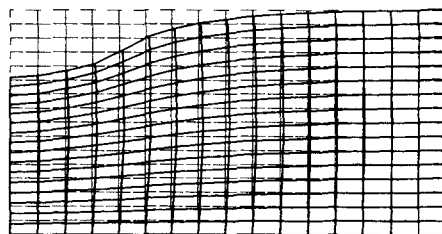


図-6 Cosserat連続体による変形挙動
($\lambda = 576.9 \text{ tf/m}^2$, $\mu = \mu_c = 384.6 \text{ tf/m}^2$, $\ell_c = 4.0 \text{ m}$)