

## 山形海底地形周りの波浪による定常循環流について

九州大学・総理工 ○平 博敏・経塚雄策

## 1 はじめに

波浪に伴う鉛直循環流は、海洋環境問題において重要と思われるが海底地形の影響について論じた報告は少ない。Longuet-Higgins<sup>1)</sup>は、一定水深域の規則波による質量輸送速度を底面における粘性条件を考慮した解析解で示し、ポテンシャル理論から求められる解に比べ実験事実を良く説明できることを明らかにした。また、Iskandarani and Liu<sup>2)</sup>らは、なだらかな山形海底地形周りの波浪による定常流の計算結果を示しているが、実験との比較がないため、理論の妥当性については不明である。そこで、本研究ではLonguet-Higginsの理論によって、任意海底地形上の波浪による定常循環流の数値解析法を開発するとともに、Iskandarani らが計算した山形海底地形について実験を行い理論の適用性について調べたので、その結果を報告する。

## 2 理論解析

## 2.1 定式化と渦度方程式

図1のような座標系において、 $x$ 軸正方向から規則波が入射する問題を考える。微小パラメータ $\varepsilon$ を使って、速度、流れ関数および渦度を以下のように展開する。

$$(u, w) = \varepsilon(u_1, w_1) + \varepsilon^2(u_2, w_2) + \dots \quad (1)$$

$$\psi = \varepsilon\psi_1 + \varepsilon^2\psi_2 + \dots \quad (2)$$

$$\omega = \varepsilon\omega_1 + \varepsilon^2\omega_2 + \dots \quad (3)$$

これらの諸量間には、次式が成立している。

$$(u_i, w_i) = \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial z}, -\frac{\partial \psi_i}{\partial x} \right) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\omega_i = -\nabla^2 \psi_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

次に、質量輸送の流れ関数は

$$\Psi = \overline{\psi_2} + \int \frac{\partial \psi_1}{\partial z} dt \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \quad (6)$$

で与えられる。ここで、上棒は時間平均値の意味であり、 $\psi_1, \psi_2$ はそれぞれ1次と2次の流れ関数である。これに対応して質量輸送の渦度 $\Omega$ を次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= -\nabla^2 \Psi \\ &= \overline{\omega_2} + \overline{\omega_{st}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \overline{\omega_2} &= -\nabla^2 \overline{\psi_2} \\ \overline{\omega_{st}} &= -\nabla^2 \int \frac{\partial \psi_1}{\partial z} dt \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

とおけば、 $\overline{\omega_2}$ はオイラー流れ、 $\overline{\omega_{st}}$ はストークス流れに関する渦度であると考えられる。

$\Omega$ と $\Psi$ の支配方程式は

$$\nabla^2 \Omega(x, z) = \nabla^4 \int \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial z} dt \cdot \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} \quad (9)$$

$$\nabla^2 \Psi(x, z) = -\Omega(x, z) \quad (10)$$

で与えられる。また、自由表面上と海底では境界層理論によってそれらの上での条件をまとめると

$$\Omega(x, 0) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{4}{i\sigma} \frac{\partial w^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial u^{(1)*}}{\partial x} \right\} \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi(x, h(x)) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{5-3i}{4i\sigma} u^{(1)} \frac{\partial u^{(1)*}}{\partial x} \right\} \quad (12)$$

$$\Psi(x, 0) = \Psi(x, h(x)) = 0 \quad (13)$$

および $x \rightarrow +\infty$ で有界であることが必要である。

## 2.2 数値計算法

まず、1次の問題についてはYeung<sup>3)</sup>の方法で任意地形上を伝搬する速度ポテンシャルから、速度場を求める。その解から、ストークス流れによる渦度は

$$\left. \begin{aligned} \omega_{st}(x, z) &= \frac{\nabla \times \mathbf{u}_{st}}{\nabla \times \int \mathbf{u}_1 dt \cdot \nabla \mathbf{u}_1} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

によって計算できる。一方、オイラー流れにおける渦度の計算および渦度から流れ関数を求める計算については、(9)～(13)から判るように渦度に対する水底での条件が直接与えられていないで、水底における渦度を適当な初期値から出発し、(12)の接線速度を満足するように逐次的に近似解を求める方法によって計算した。

以上によって、質量輸送の流れ関数が決定したらその速度は

$$(\overline{U}, \overline{W}) = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial z}, -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \quad (15)$$

によって計算できる。

## 3 実験

実験は二次元水槽( $L \times B \times D = 16m \times 0.3m \times 0.6m$ )を使い、水深は0.3mとした。この水槽中央付近に山形海底地形を設置し、規則波中で実験を行った。今回の実験では、波周期は1.0, 1.2秒、波高は約5cmとした。水面変位は山形海底地形前方で3本の波高計によって計測し、入射波高と反射波高を位相分離法によって求めた。また、流

速は検出部の直径が5mmの2成分電磁流速計を用いてオイラー的に計測した。実験時間は90秒とし、過渡状態を避けるため定常に達したと思われる60秒間について解析を行った。流速( $u, w$ )についてもほぼ安定な記録が得られており、平均流のオイラー流速はこれらの平均値として求めた。

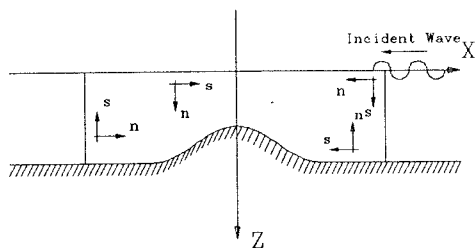


図1 座標系

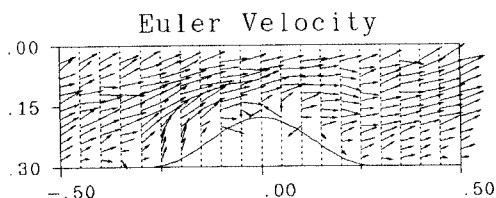


図2 山形海底地形周りの定常流ベクトル  
〔実験値:  $T_w = 1.0\text{sec}$ 〕

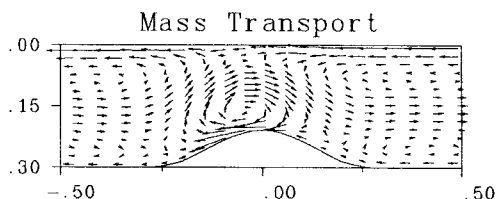
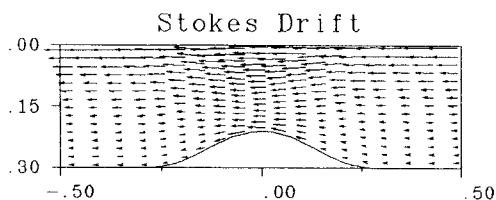
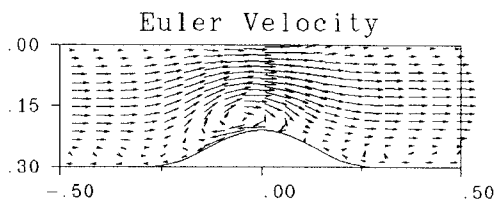


図3 山形海底地形周りの定常流ベクトル  
〔計算値:  $T_w = 1.0\text{sec}$ 〕

## 4 結果および考察

山形海底地形による反射波係数・透過波係数の計算値と実験値を比較すると、実験では  $T_w = 1.0\text{sec}$  で平均すると  $C_R = 0.12$  で計算値の  $C_R = 0.11$  と良く合っていたが、 $T_w = 1.2\text{sec}$  では  $C_R = 0.19$  の計算値に比べて計測値は  $C_R = 0.13$  で少々差があった。この原因は消波ビーチや山形地形からの反射波が影響したのではないと思われるが、定常流の計測にはある程度長時間の計測が必要なので止む無しとした。次に、一定水深域でのオイラー流速の計算値と計測値の比較をしたが、計測値の平均値は理論値とかなり良い一致を示すこと、定常流の計測値は実験ごとにかなりばらつくことなどが判った。

図2は、 $T_w = 1.0\text{sec}$  の波による山形海底地形周りのオイラー流速の計測結果を示す。これより、山形地形下流側斜面で強い上昇流が起こっているのが判る。図3は、これに対応した定常流ベクトルの計算結果でオイラー成分、ストークス成分および質量輸送の流れ関数に分けて表示した。これより、オイラー流速は山形地形直上で強い時計回りの循環流を形成し、それにストークス流速を重ねると質量輸送のベクトルは山形地形直上で大きな循環流を形成していることが判る。これと同時に循環流の形成を確認するために、アニリンブルー（比重1.02）を染料として流れの可視化実験を行い、流れ模様をビデオに収録したが、それを見ると周期運動に比べて定常流が非常に小さなため、はっきりとした定常循環流パターンを確認するには至らなかったが、山形地形下流側斜面の上昇流などの大まかなフローパターンは確認できた。

## 5 おわりに

山形海底地形について実験を行い、波浪による定常循環流について調べ、オイラー流速の速度分布を理論解析と比較したところ、流れ模様などから肯定的な結果を得られた。これより、山形海底地形などの剝離を伴わない場合においては層流境界層理論の適用が可能であると思われる。

## 参考文献

- [1] Longuet-Higgins, M.S. (1953): Mass Transport in Water Waves, Philosophical Transaction of Royal Society of London, Series A, Vol. 245, No. 903, pp. 535-581.
- [2] Iskandarani, M. and Liu, P.L.-F. (1991): Mass transport in two-dimensional water waves, J. Fluid Mech., Vol. 231, pp. 395-415.
- [3] Yeung, R.W. (1975): A Hybrid Integral Equation Method for Time-Harmonic Free-Surface Flow, Proc. First Intl. Conf. Num. Ship Hydrodyn., pp. 581-607.