

走行車両によるプレートガーダー橋の不規則振動と状態推定

長崎大学工学部○学生員 手塚 勝
長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏

1. はじめに

近年、道路橋では、交通荷重による地盤振動の問題が生じており、その振動制御が課題となっている。その解析において、しばしば1次元のはりモデルが用いられる。しかし、より実際の橋梁の動的挙動を明らかにするためには幅員方向まで考慮した2次元モデルを考える必要がある。本研究では、橋梁を直交異方性板¹⁾で2次元にモデル化し走行車両による不規則応答解析を行なった。ここでは、高速道路高架橋を対象にして、橋梁振動の観測量から、橋梁・車両・路面系の状態推定をカルマンフィルター²⁾を用いて行なった。この状態推定は、橋梁振動のアクティブ制御を行う場合に必要な量である。

2. 走行車両とプレートガーダー橋のモデル化

図-1に示したような1自由度系の車両が帶板でモデル化した橋梁上を一定速度vで走行する場合を考える。橋梁を帶板でモデル化することで2次元モデルを構成する。図-2に5次振動までの振動モードを示した。幅員方向を考慮した動的応答は次式で表される。

$$w(x,y,t) = \sum_{k=1}^n S_k(x,y) Z_k P_k(t) \quad (1)$$

$$\ddot{P}_k(t) + H_k \dot{P}_k(t) + \Omega_k P_k(t) = -L_k^{-1} Z_k^T S_k(x,y)^T M \ddot{z}(t) \quad (2)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 (\dot{z}(t) - \dot{w}(x,y,t) - \dot{r}(t)) + \omega_0^2 (z(t) - w(x,y,t) - r(t)) = 0 \quad (3)$$

$$\dot{r}(t) = -\beta r(t) + n(t) \quad (4)$$

ここに、 $S_k(x,y) : S_k(x,y) = \{\phi_1(x) \phi_2(x) \phi_3(x) \phi_4(x)\} Y_k(y)$ で、
 $\phi_1(x) \phi_2(x) \phi_3(x) \phi_4(x)$ は帶板の横方向の変位関数、 $Y_k(y)$ は境界条件を満足する
縦方向の変位関数、 $P_k(t) : k$ 次の基準座標、 $Z_k : k$ 次の着目点に関するモード行列、 $H_k, \Omega_k, L_k : k$ 次の減衰行列、固有振動数行列、質量行列、 $M, z(t), h_0, \omega_0$:
車両の質量、変位、減衰定数、固有円振動数、 $r(t)$: 路面凹凸、 $n(t)$: 平均値0、
強度 $\sigma^2 = 4\pi^2 v A$ の白色雑音、 $A = 1.0 \times 10^{-3} (cm^2/m)$ 、 $\alpha = 0.05$ 、 $\beta = 2\pi v \alpha$ である。

3. 確率微分方程式と共分散方程式

5次振動まで考慮して、 $P(t) = [P_1(t)^T \ P_2(t)^T \ P_3(t)^T \ P_4(t)^T \ P_5(t)^T]^T$ で定義すると、(1),(2),(3),(4)式は、次のように状態空間表示できる。

$$X(t) = [P(t)^T \ \dot{P}(t)^T \ z(t) \ \dot{z}(t) \ r(t)]^T \quad (5)$$

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)n(t) \quad (6)$$

$$Y(t) = C X(t) + v(t) \quad (7)$$

ここに、 $v(t)$: 観測雑音を想定した白色雑音ベクトルであり、
その強度行列を Σ_v とする。 $Y(t)$ は観測量である。

ここで、 $X(t)$ の共分散を $R(t) = E[X(t)X(t)^T]$ と定義すると、(7)
式に対応する共分散方程式は、

$$\dot{R}(t) = A(t)R(t) + R(t)A(t)^T + B(t)\sigma^2 B(t)^T, R(t_0) = R_0 \quad (8)$$

4. カルマンフィルターによる状態推定

実際に橋梁に設置した加速度計から、車両が走行している場合の橋梁の振動を測定すると、橋梁の振動の他、車両の振動、路面凹凸が含まれている。本研究では、この振動のかわりにシミュレーションで路面凹凸を入力として橋梁・車両系

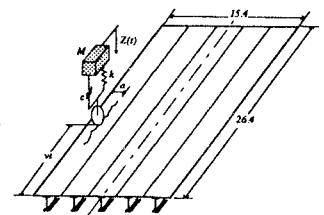


図-1 橋梁・車両系

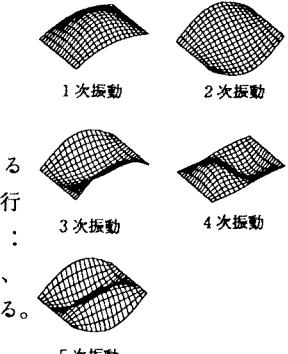


図-2 振動モード

表-1 橋梁の諸元

形式	鋼単純活荷重合成桁
橋格	一等橋
橋長	27.0m
支間長	26.4m
全幅員	17.6m
幅員	15.4m
車線数	4車線
設計荷重	T L - 2 0

表-2 橋梁の振動特性

減衰定数	0.02				
	1次	2次	3次	4次	5次
固有振動数 (Hz)	3.64	5.01	7.62	12.41	15.55

表-3 車両の振動特性

重量	20t
振動数	3.0z Hz
減衰定数	0.03

の応答を求めた。橋梁の変位応答・速度応答に雑音を加えた量を観測量とした。カルマンフィルターとは、状態量のすべてを直接測定できない場合、雑音で乱された観測量から状態量を推定する機構で、次式で記述できる。

$$\dot{\hat{X}}(t) = \{A(t) - G_k(t)C\} \hat{X}(t) + G_k(t)Y(t) \quad (9)$$

$$G_k(t) = R(t)C^T \Sigma_v^{-1} \quad (10)$$

$$\dot{R}(t) = A(t)R(t) + R(t)A(t)^T - R(t)C^T \Sigma_v^{-1} C R(t) + B(t)\sigma^2 B(t)^T \quad (11)$$

ここに、

$\hat{X}(t)$: 推定状態変数、

$G_k(t)$: フィードバックゲイン

5. 応答解析と推定

解析対象として橋梁の5次振動までを考え、橋梁の諸元、その振動特性を表-1、表-2に示した。また、車両の振動特性を表-3に示した。本解析では、車両は $v=10$ (m/s) で橋梁の中央を走行した場合を考え、応答は車両走行上のスパン中点での値で、観測量に含まれる雑音の割合は 5 % とした。

図-3 にカルマンフィルターによる橋梁の各次振動の推定、図-4 にカルマンフィルターによる橋梁-車両-路面系の状態推定を示した。また、図(1)の a) b) c) d) e) は、シミュレーションによるそれぞれの状態量である。

(1) 橋梁の状態推定 図-3 の橋梁の各次振動の推定では、各次振動とも波形がほぼ一致しており、カルマンフィルターによる推定がよくできている。また、図-4 (1) (2) の d) e) を見ると、変位応答、速度応答についてもほぼ正確な状態量を推定している。

(2) 車両の状態推定 図-4 (1) (2) の a) の車両の変位応答を見てみると、波形のレベルが一致しておらず、推定ができていない。図-4 (1) (2) の b) の車両の速度応答では、変位応答ほどの違いは波形に見られず、変位応答より比較的の推定ができる。両者とも、カルマンフィルターによる推定量の方がシミュレーションによる状態量の方より波形の振幅レベルがわずかに小さい。

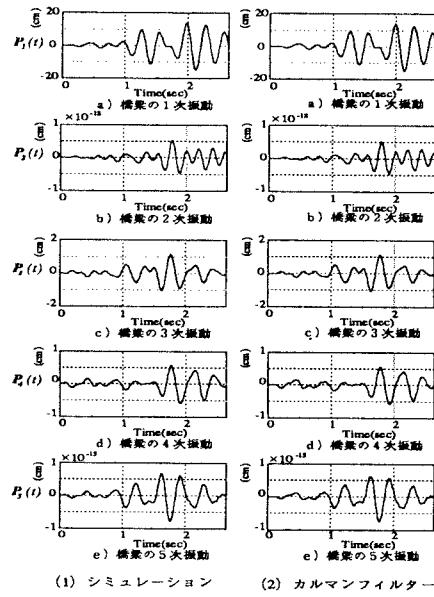
(3) 路面凹凸の状態推定 図-4 (1) (2) の c) を比較すると路面凹凸は、波形の振幅レベルが大きく違っており、状態量が全く推定できていない。

6. まとめ

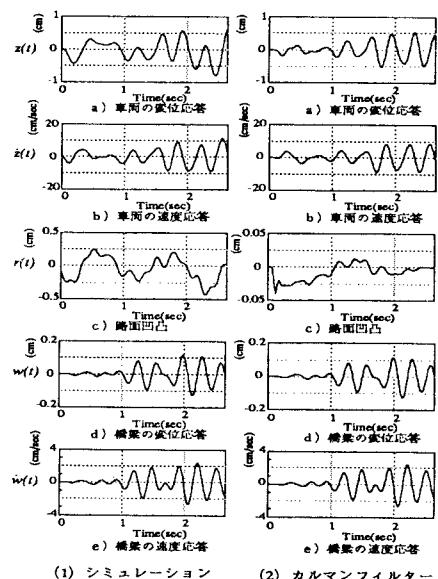
解析結果から、橋梁に関しては、カルマンフィルターによって状態量を推定することができた。しかし、車両、路面凹凸については正確な状態推定ができない。また、より現実的な振動解析を行うには、車両が 1 自由度系であること、初期条件を考慮していないことなど、問題点の検討が必要である。

[参考文献]

- 1) 草間晴幸, 谷山 健, 有限帯板法, 日刊工業新聞社, 1994年.
- 2) 白石昌武, 入門現代制御理論, 啓学出版, 1987年.



(1) シミュレーション (2) カルマンフィルター
図-3 カルマンフィルターによる
橋梁の各次振動の推定



(1) シミュレーション (2) カルマンフィルター
図-4 カルマンフィルターによる
橋梁-車両-路面系の状態推定