

走行車両による道路橋振動の時変振動制御

長崎大学工学部○学生員 尾口 慎也

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

1. はじめに

近年、高速道路周辺で交通荷重による環境振動が深刻な問題となっている。そのため、道路橋に発生する振動制御が必要になる場合が考えられる。本研究では、道路橋に単一車両が走行する場合において、最適レギュレータ理論¹⁾と瞬間最適化理論^{2,3)}を適用し、橋梁の振動制御について検討したものである。本論文では、これらの制御の有効性について報告する。

2. 橋梁-車両-路面系の方程式

図-1に示すように、 $x=b$ 点にアクチュエータが設置された橋梁に、ばね質点系でモデル化された単一車両が、一定速度 v で走行する場合を考える。 x 点の変位応答は、基準座標 $q_i(t)$ と振動モード $\phi_i(x)$ により、

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

で与えられる。

また、橋梁全体と、車両の運動方程式は、

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \mu_i \phi_i(vt) \ddot{z}(t) \quad (2)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 (\dot{z}(t) - \dot{y}_v(t) - \dot{r}(t)) + \omega_0^2 (z(t) - y_v(t) - r(t)) = 0 \quad (3)$$

ここで、 $\phi_i(x)$ ： i 次振動モード、 $q_i(t)$ ： i 次基準座標、 $z(t)$ ：車両の変位、 $y_v(t)$ ：車両直下の橋梁のたわみ、 $\omega_i, \omega_0, h_i, h_0$ ：それぞれ橋梁および車両の固有振動数と減衰定数、 μ_i ：橋梁の i 次の有効質量と車両重量比、 $r(t)$ ：路面凹凸である。路面凹凸 $r(t)$ は、図-2のパワースペクトル密度を有するものとする。ここでは、橋梁の1次振動のみを考える。

橋梁の1次振動のみを考えると、(1)(2)(3)式の状態空間表示は次式となる。

$$\begin{aligned} X(t) &= [q_1(t) \quad \dot{q}_1(t) \quad z(t) \quad \dot{z}(t)]^T, \quad r(t) = [r(t) \quad \dot{r}(t)]^T \\ \dot{X}(t) &= A(t)X(t) + B u(t) + D r(t), \quad X(0) = X_0 \end{aligned} \quad (4)$$

3. 最適化制御則

3-1 最適レギュレータ制御則

全状態量がフィードバックできるとして、制御力を次式で表わす。

$$u(t) = -K X(t) \quad (5)$$

非定常の場合フィードバックゲイン行列は、次のリカッチ方程式で計算できる。

$$K = R^{-1} B^T P(T - \tau) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} -\frac{d}{d\tau} P(\tau) &= P(\tau) A(\tau) + A^T(\tau) P(\tau) \\ &\quad - P(\tau) B(\tau) R^{-1} B^T(\tau) P(\tau) + Q, \quad P(T) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

定常の場合、(7)式は、 $\tau \rightarrow \infty$ となり、連立方程式になる。

3-2 瞬間最適化制御則

(4)式を、差分化表示すると、次式のようになる。

$$X_k = T(k-1)X_{k-1} + P_{k1}(Bu_k + D_k r_k)$$

$$T(k-1) = P_{k1}X_{k-1} + P_{k2}(Bu_{k-1} + D_{k-1}r_{k-1}) \quad (8)$$

制御則の誘導にラグランジェの未定乗数法を用いることにより、フィードバック制御は次式で実現できる。

$$X_k = (I + P_{k1}BR^{-1}B^TP_{k1}^TQ)^{-1} (T(k-1)X_{k-1} + P_{k1}D_k r_k) \quad (9)$$

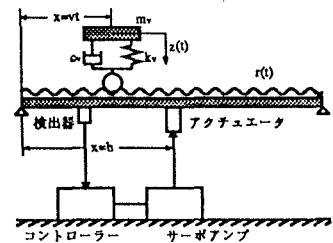


図-1 振動制御システム

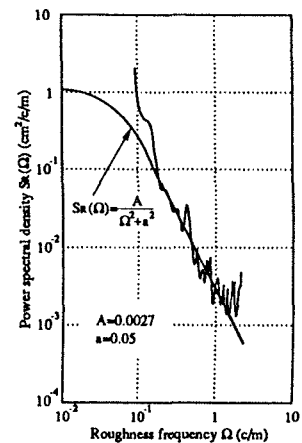


図-2 路面凹凸のパワースペクトル密度

$$u_k = -R^{-1}B^T P_{k3}^T Q X_k \quad (10) \quad \text{ここに、} P_{k1} \sim P_{k3} \text{ は、時変係数である。}$$

4. 各種制御則による制御効果

図 - 3 に、制御なし、図 - 4 に、a) 定常最適レギュレータ、b) 非定常最適レギュレータ、c) 瞬間最適化の各種制御則による支間中点の変位応答を示した。図 - 5 に、対応する場合の制御力を示した。各制御則を比較できるように、制御力の最大値を規準化し、制御効果を検討した。

数値シミュレーションの結果、図 - 4 のように、3つの制御則とも大きな差は認められない。制御力の最大値を規準にした場合、最も制御効果の良かったのは、定常最適レギュレータ制御で、次いで瞬間最適化制御であった。他方、制御力の標準偏差を規準にすると、非定常最適レギュレータ制御が最も制御効果の良いものとなっている。最適な制御は、制御力の評価規準を何に取るかが問題になる。

重み行列 Q, R の選択が、最適制御に影響する。定常最適レギュレータ制御において、 Q の値を変化させて計算した。この場合最適な Q の値は

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (11)$$

である。 R は制御力の最大値を規準とするためにそれぞれ 10^{-4} 近辺の値を用いた。この結果からは、橋梁の情報のみをフィードバックするだけで、効果的な制御が実現されている。

5. 状態フィードバックに関する影響

定常最適フィードバック制御則において、状態フィードバック変数による制御効果を検討した。橋梁と車両の状態をフィードバック制御させる場合と、橋梁のみの状態をフィードバック制御させる場合である。橋梁・車両の状態を考慮したフィードバック制御の方が、効果的な制御を実現した。しかし、図 - 6 を見ても分かるように、顕著な差は認められていない。

6. まとめ

道路橋の振動制御のために、定常最適レギュレータ制御、非定常最適レギュレータ制御、瞬間最適化制御の3種の制御則を適用して制御効果を検討した。ここで解析の対象にしたモデルは、車両が1自由度系、橋梁は一次振動のみである。より現実的なモデルを規定した検討を行いたい。

[参考文献]

- 1) 榎木義一・添田喬・中溝高好：確率システム制御の基礎、日新出版、1975年 5月。
- 2) J.N.Yang, A.Akbarpour and P.Ghaemmagham: New Optimal Control Algorithms for Structural Control, ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sept, 1987.
- 3) 小堀鐸二：制震構造、鹿島出版会、1993年 9月。

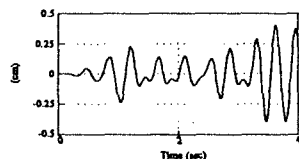


図 - 3 制御なし

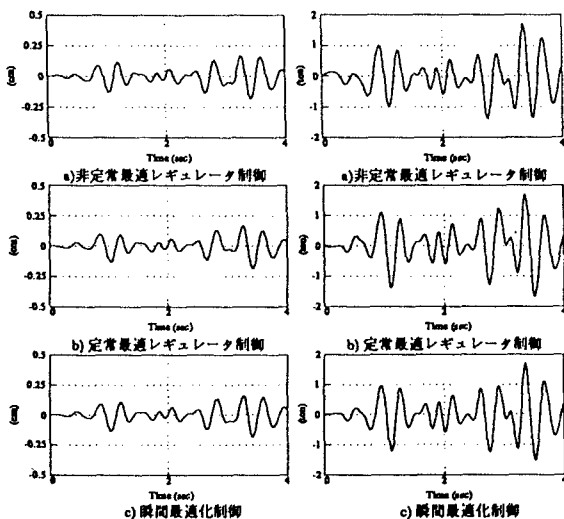


図 - 4 各種制御則による応答

図 - 5 各種制御則による制御力

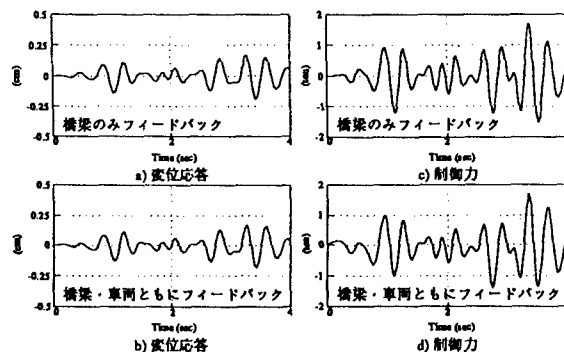


図 - 6 状態フィードバック変数による制御効果と制御力