

H[∞]制御理論による多自由度系の特定周波数領域制御

長崎大学大学院 学生員○ 小松 正貴 長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏
オリエンタル建設(株) 正 員 角本 周

1. はじめに

本研究の目的は、制御対象となる特定周波数成分にのみに制御をかけ、その他の周波数領域には制振効果を及ぼさないような制御系を設計することにある。このような制御を、古典的なレギュレータ理論で設計するとスビルオーバーを発生して不安定になる可能性がある。しかし、H[∞]制御理論⁽¹⁾⁽²⁾を適用すれば、このような場合でもスビルオーバーを発生しない制御器を設計することが可能である。本研究では数値シミュレーションにより、H[∞]制御理論による状態フィードバック制御と出力フィードバック制御についてロバスト安定な制御器の設計が可能であることを示した。

2. 制御対象構造物

制御対象となる吊床版橋は、ゴルフ場の中に架設されたものであり、その一般図を図-1に示した。解析での固有振動数は有限要素解析値を用い、この値の有効性を振動実験により確認した。減衰定数は振動実験より求め、これらの値を表-1に示す。振動モードは図-2となる。制御対象振動数は、対象橋梁上を人やカートが通行する場合を考え1.5Hzから3.5Hzの間とした。そこで本橋梁の場合、制御対象振動次数を3次から5次までとする。

3. 制御系の設計

吊床版橋の物理モデルとして7次振動まで考慮した状態方程式が(1)式である。制御モデルとして、3次4次5次振動のみを考えた状態方程式を(2)式で表した。スビルオーバーを発生させるために状態フィードバックは(1)式の $x_f(t)$ より行っている。従って、制御力 $u(t)$ は(3)式で表される。

$$\dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_{f1} w(t) + B_{f2} u(t) \quad (1)$$

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_{r1} w(t) + B_{r2} u(t) \quad (2)$$

$$u(t) = F \Phi^{-1} \Phi x_f(t), y_r(t) = C_r x_r(t) \quad (3)$$

ここで、 Φ は制御対象振動数のみのモード行列、 Φ^{-1} は1次から7次までの成分を含むモード行列である。外力は3点加振としアクチュエータは第3点に設置して $B_{f1}, B_{f2}, B_{r1}, B_{r2}$ を決定する。 $y_r(t)$ は観測量である。

4. H[∞]制御理論の適用

特定周波数を効果的に制御し、かつ、スビルオーバーを起こさない制御系を設計するために、外乱抑圧とロバスト安定のフィルターを周波数領域において整形する。各フィルターの状態方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1(t) + 2\zeta_1\Omega_1\dot{\xi}_1(t) + \Omega_1^2\xi_1(t) &= k_{f1}\Omega_1 y_r(t) \\ \ddot{\xi}_2(t) + 2\zeta_2\Omega_2\dot{\xi}_2(t) + \Omega_2^2\xi_2(t) &= k_{f2}\xi_1(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} z_1(t) &= \ddot{\xi}_2(t) + 2\zeta_3\Omega_3\dot{\xi}_2(t) + \Omega_3^2\xi_2(t) \\ \ddot{\lambda}(t) + 2\zeta_4\Omega_4\dot{\lambda}(t) + \Omega_4^2\lambda(t) &= k_{f3}u(t) \\ z_2(t) &= \ddot{\lambda}(t) + 2\zeta_5\Omega_5\dot{\lambda}(t) + \Omega_5^2\lambda(t) \end{aligned} \quad (5)$$

(4),(5)式を伝達関数で示すと図-3となる。ここで、 $W_1(s)$ は $z_1(t)$ が出力となる外乱抑圧フィルター、 $W_2(s)$ は $z_2(t)$ が出力となるロバスト安定フィルター、また $\Delta P(s)$ はモデル化誤差である。次に、 $x_f(t)$ と各フィルターの状態変

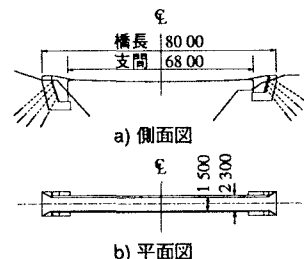


図-1 吊床版橋の一般図

表-1 振動特性

次数	振動数(Hz)		減衰定数
	解析値	実測値	
1	1.0276	1.10	0.0023
2	1.1968	1.37	0.0083
3	1.7349	1.89	0.0054
4	2.3325	2.58	0.0050
5	3.1541	3.54	0.0058
6	4.0576	4.62	0.0057
7	5.0733		

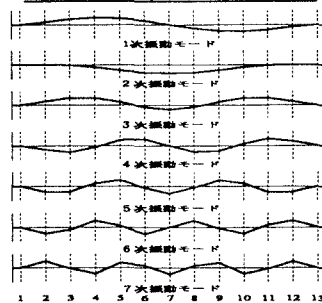


図-2 振動モード

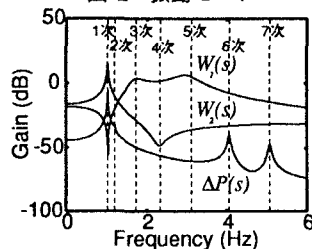


図-3 フィルターの設計

数ベクトルを含む拡大系の状態変数 F を定める。

ベクトルを $X(t)$ で定義する。

(2),(4),(5)式より、次式のような拡大系の状態方程式が得られる。

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t)$$

$$Z(t) = C_1 X(t) + D_{12} u(t) \quad (6)$$

$$Y(t) = C_2 X(t), u(t) = F X(t)$$

(6)式のシステムに対し、(7)式を満たすような最適フィードバックゲイン

5. 数値シミュレーションと制御効果

(1)状態フィードバックによる H^∞ 制御

数値シミュレーションでの外力は、1.5Hzから3.5Hzまでのスペクトル成分を持つ白色雑音を用い50秒間の加振後、自由減衰させる。加振点は第4,7,9点であり、外力の特性は標準偏差20kgfのそれぞれ独立な3本の白色雑音を用いた。状態量を観測する点は第3,5,7点であり、アクチュエータの設置位置は制御対象振動モードの振幅が比較的大きく出ている第3点とした。制御効果の比較を行うために最適レギュレータ理論⁽³⁾を用いている。

状態フィードバック制御の周波数変位応答は図-4となる。点線が制御なし、波線が最適レギュレータ理論、実線が H^∞ 制御理論の場合である。図-5(a)(b)はそれぞれ最適レギュレータ理論の時間歴変位応答と制御力であり、図-6(a)(b)は、 H^∞ 制御理論の時間歴変位応答と制御力である。点線が制御なし、実線が制御ありの波形である。このとき最適レギュレータ理論では制御力の標準偏差が31kgfを超えると2次振動でスピルオーバー現象を引き起こす。一方、 H^∞ 制御理論の制御力の標準偏差は33.5kgfであるが、これを超える制御力でもスピルオーバーの発生はなく効果的な制御が可能であることが確認できた。ここで、 H^∞ 制御理論の設計パラメータは $\gamma=0.1$ 、 $\varepsilon=0.1$ である。

(2)出力フィードバックによる H^∞ 制御

加振方法は状態フィードバックの場合と同様の方法で行っている。図-7(a)は周波数変位応答であり、点線が制御なし、実線が H^∞ 制御理論の場合となる。図-7(b)は時間歴変位応答であり、点線が制御なし、実線が制御ありの場合である。状態フィードバック制御と同様に良い制御効果が表れている。このときの制御力は図-7(c)となり、その標準偏差は28.5kgfである。この場合の H^∞ 制御理論の設計パラメータは $\gamma=0.1$ 、 $\varepsilon=0.3$ 、 $\mu=0.00068$ である。

6. まとめ

高次多自由度系の構造物では、特定周波数に限定した制御が必要になる。したがって、本研究では、このような構造物に H^∞ 制御理論を適用し数値解析を行った。この結果、特定周波数のみに制御をかけた場合でも無視されたモードを励起することなく、ロバスト安定な制御系を設計できることが確認できた。

【参考文献】(1)美多,ロバスト制御,電気誌,110巻8号,pp.649-652,1990.(2)三平・美多,状態空間論による H^∞ 制御の解法,計測と制御,vol.29,No.2,pp.129-135,1990.(3)白石,入門現代制御理論,啓学出版。

$$\left\| \begin{matrix} W_1(s) G_{wy}(s) / \gamma \\ W_2(s) G_{wu}(s) \end{matrix} \right\|_\infty < 1 \quad (7)$$

出力フィードバック制御では、橋梁の第3点の観測量 $y(t)$ より、以下の補償器を設計し制御力を算出する。

$$\hat{S}(t) = \hat{A} \hat{S}(t) + \hat{B} y(t), u(t) = \hat{C} \hat{S}(t) \quad (8)$$

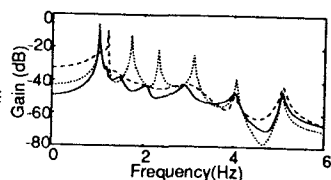


図-4 周波数変位応答

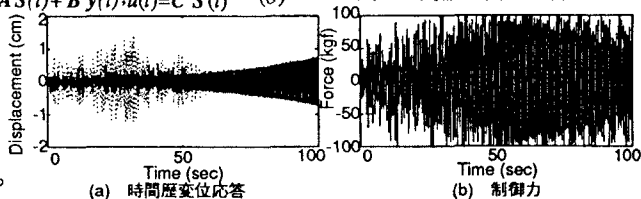


図-5 最適レギュレータ理論による制御

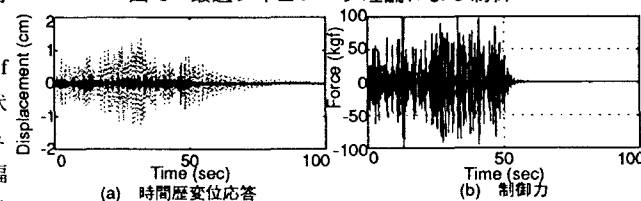
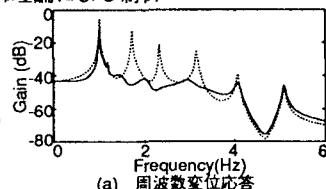
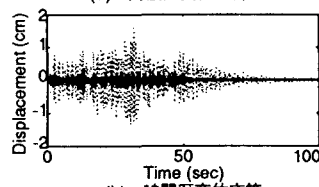


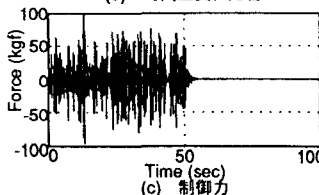
図-6 H^∞ 制御理論による制御



(a) 周波数変位応答



(b) 時間歴変位応答



(c) 制御力

図-7 H^∞ 出力フィードバック制御