

偏平ケーブルの非線形振動に現れるカオスの挙動

長崎大学工学部 学生員 ○ 鎌田 智之 長崎大学工学部 正員 高橋 和雄
 長崎大学工学部 学生員 花田 博史 長崎大学工学部 学生員 山口 健市

1. まえがき

ケーブルの非線形応答の分岐型には、分数調波共振、逆対称分岐応答、面外非線形分岐応答がある。サグをもつケーブルの振動方程式には2次と3次の非線形項をもつために分数調波共振でも1/2分数調波共振、1/3分数調波共振が卓越する。また、高調波共振領域には超分数調波共振も卓越する。著者らは、前回の報告²⁾で偏平ケーブルの高調波共振領域のカオスの挙動に及ぼすパラメータの影響とカオスの挙動に至る道筋について検討した。ついで、本研究では、高調波共振領域でのカオスの挙動、分数調波共振領域でのカオスの挙動および各分数調波共振それぞれの分岐におよぼす偏平ケーブルのパラメータの影響を明らかにする。

2. 解法

偏平ケーブルが周期荷重を受ける場合の運動方程式の解を1自由度系モデルで変数分離形に仮定する。さらに Galerkin 法を適用し、粘性減衰力を考慮すると次式が得られる。

$$\ddot{T} + 2h\omega_1\dot{T} + \omega_1^2 T + C_2 T^2 + C_3 T^3 = \bar{p}_0 \cos \bar{\omega} \tau \quad (1)$$

ここに、 $\omega_1 = n_1/\pi n_0$: 1次の無次元固有円振動数、 $n_0 = \sqrt{H_e \pi^2 / m \ell^2}$: 弦の1次の無次元固有円振動数、 n_1 : ケーブルの1次の固有振動数、 $C_2 = 12\gamma I_b I_c I_a$ 、 $C_3 = I_b^2 I_a / 2$ 、 $\bar{p}_0 = p_0 \ell I_c / H_e I_a \pi^2$ 、 $I_a = \int_0^1 W^2 d\xi$ 、 $I_b = \int_0^1 W'^2 d\xi$ 、 $I_c = \int_0^1 W d\xi$ 、 $\xi = x/\ell$ 、 $I_a = k^2 / (1 + 8\gamma^2) I_c \pi^2$ 、 W : 固有振動形、 h : 減衰定数、 $\tau = n_0 t$ 、 $\bar{\omega} = \Omega/n_0$ 、 $\gamma = f/\ell$: サグ比、 $k = \sqrt{EA/H_e}$: 縦波-横波伝播速度比、 f : サグ、 ℓ : スパン長、 EA : 伸び剛性、 H_e : 初期水平張力。

分数調波ならびに高調波共振を求めるために式(1)の解をフーリエ級数の形に仮定し、調和バランス法を適用すれば未定数を求めるための連立非線形方程式を得る。これに、Newton-Raphson 法を用い、適当な初期値のもとに解けば、解が得られる。

また、式(1)を2元連立の1階常微分方程式に変換し、初期変位0および初期速度0のもとに Runge-Kutta-Gill 法を用いて直接数値積分を行えば、時間応答が得られる。

3. 解析結果

図-1には、サグ比 $\gamma = 0.03$ 、縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ のケーブルについて荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.1232$ 、減衰定数 $h = 0.005$ の場合の高調波共振領域における応答を示す。縦軸に振幅成分、横軸に無次元加振振動数とり、図中の○は数値シミュレーションによる周期 T の振幅、□は周期 $2T$ の振幅、◇は周期 $3T$ の振幅、△は周期 nT の振幅、×はカオスの振幅を示している。 $A_{9/4}$ 、 $A_{7/4}$ 、 $A_{5/4}$ 、 $A_{3/2}$ は超分数調波共振の背骨曲線である。数値シミュレーションの応答は解析解による超分数調波共振に沿って発生する。高調波共振領域では超分数調波共振が接近しているために分岐が起こりやすく、高調波共振領域で発生するカオス

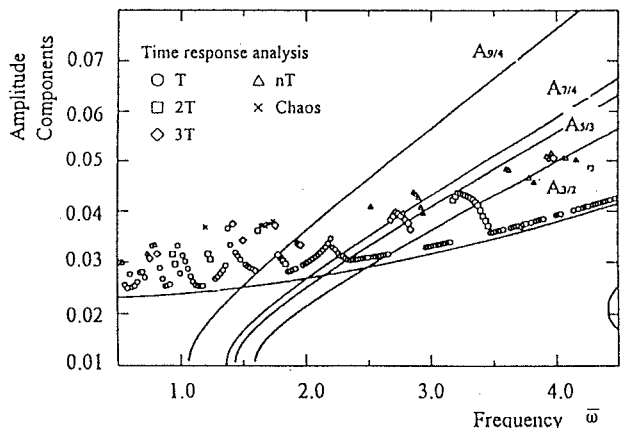


図-1 応答曲線 ($\gamma = 0.03$, $k = 30$, $\bar{p}_0 = 0.1232$, $h = 0.005$)

応答は、分数調波共振から分数調波共振へジャンプする過程において発生する。

図-2 には、サグ比 $\gamma = 0.03$ 、縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ のケーブルについて荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.1232$ 、減衰定数 $h = 0.005$ の場合についての分数調波共振領域の応答曲線を示す。図-3 には、荷重強度 $\bar{p}_0 = 0.0$ 、減衰定数 $h = 0.0$ の場合についての分数調波共振領域の応答曲線を示す。振動数の大きな領域に発生する分数調波共振ほど軟化バネ特性が非常に強くなる。シミュレーションによる解は $1/2$ 分数調波共振の発生する振動数領域で解析解と一致しない解が多く発生する。 $1/3$ 分数調波共振においては応答振幅の小さい領域には解が存在しない。 $1/4$ 分数調波共振は減衰力を考慮するとシミュレーションによる解と解析解とも発生しなくなる。

図-4 には、サグ比 $\gamma = 0.03$ 、縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ のケーブルについて縦軸には速度、横軸には無次元加振振動数を取り、 $1/2$ 分数調波共振近傍の分岐図を示す。 $1/2$ 分数調波共振近傍では主調波応答から $1/2$ 分数調波共振近傍へジャンプする過程でカオス応答が発生する。

図-5 には、サグ比 $\gamma = 0.04$ 、縦波-横波伝播速度比 $k = 30$ のケーブルについて $1/3$ 分数調波共振近傍の分岐図を示す。3 次の非線形項の強いサグ比 $1/3$ 分数調波共振の発生する振動数領域にも周期 nT の分岐が発生している。

4. まとめ

カオス応答、各分数調波共振への分岐におよぼすサグ比の影響および減衰力の影響については講演時に発表する。

5. 参考文献

- (1) Rega, G. and Benedettini, F. : $1/2$ Subharmonic Resonance and Chaotic Motions in a Model of Elastic Cable, Journal of Sound and Vibrations, Vol.132, No.3, pp.353~366, 1989.
- (2) 高橋・松野・鎌田：平成5年度土木学会西部支部講演概要集, pp.98~99, 1994.

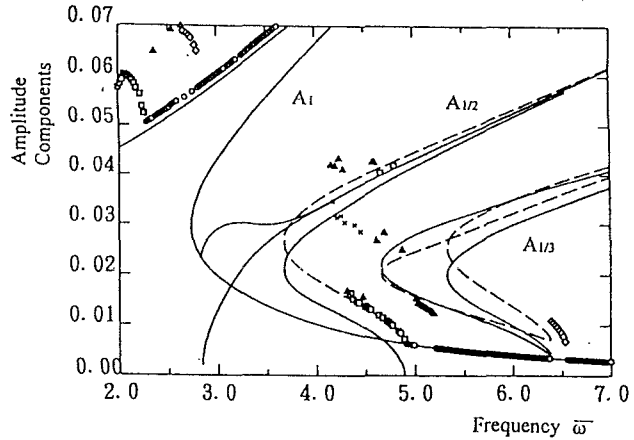


図-2 応答曲線 ($\gamma = 0.03, k = 30, \bar{p}_0 = 0.1232, h = 0.005$)

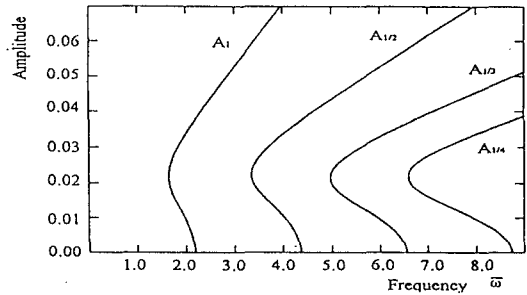


図-3 応答曲線 ($\gamma = 0.03, k = 30, \bar{p}_0 = 0.0, h = 0.0$)

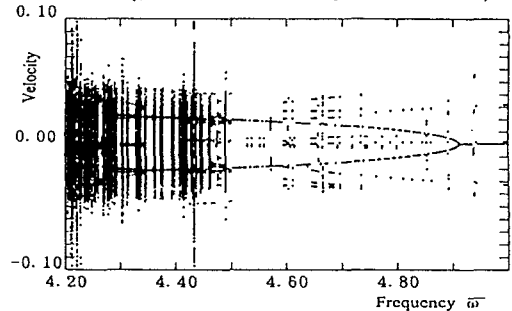


図-4 分岐図 ($\gamma = 0.03, k = 30, \bar{p}_0 = 0.1232, h = 0.005$)

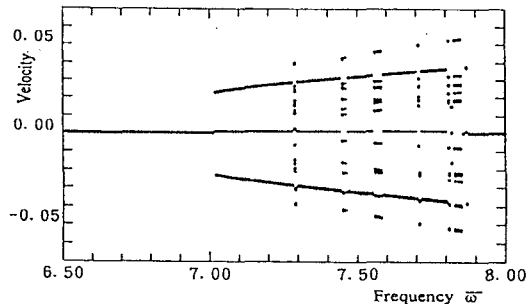


図-5 分岐図 ($\gamma = 0.04, k = 30, \bar{p}_0 = 0.2246, h = 0.005$)