

面内対称加振を受けるケーブルの面内非線形分岐応答

長崎大学工学部 学生員 ○ 山口 健市

長崎大学工学部 正 員 高橋 和雄

長崎大学工学部 学生員 鎌田 智之

1. まえがき

ケーブルに現われる振動問題は、非常に多岐にわたり、特に非線形振動は、興味深い現象が多くみられ注目されている。非線形応答は、付随型と分岐型に分類され、付随型の応答は、今日かなり明確になっている。しかし、特定の振動数領域内でのみ存在する分岐型の応答は、まだ十分に解析されていないようである。分岐型の問題の一つに、面内対称加振による面内逆対称分岐応答がある。著者らは、これまでの研究でこの問題を非線形項を無視して分岐点のみを求める係数励振振動問題¹⁾および非線形項を考慮した荷重強度の小さい場合の非線形連成応答²⁾を、既に解明している。本研究においては、荷重強度をさらに大きくした非線形性の強い場合の対称、逆対称の分岐におよぼす影響をケーブルのパラメータのもとに解析する。

2. 解法

面内対称加振を受けるケーブルの一般座標に関する運動方程式は、ケーブルの非線形常微分方程式に Galerkin 法を適用することによって得られる^{3) 4)}。また、対称 1 次振動の基準座標を P_1 、逆対称 1 次振動の基準座標を P_2 とし、線形減衰力を考慮すると、次のような非線形連立微分方程式が得られる。

$$\ddot{P}_1 + 2h_1\sqrt{a_1}\dot{P}_1 + a_1P_1 + b_1P_1^2 + c_1P_2^2 + d_1P_1^3 + e_1P_1P_2^2 = f_1p\cos\omega\tau \quad (1)$$

$$\ddot{P}_2 + 2h_2\sqrt{a_2}\dot{P}_2 + a_2P_2 + b_2P_1P_2 + c_2P_1^2P_2 + d_2P_2^3 = 0 \quad (2)$$

ここに、 $a_1 \sim f_1$ 、 $a_2 \sim d_2$ ：ケーブルのサグ比 γ 、縦波—横波伝播速度比 k で定まる定数³⁾、 h_1 、 h_2 ：対称および逆対称振動の減衰定数、 p ：荷重強度。また、上式において、時間 τ は、対応する弦の 1 次の固有円振動数の逆数で、 ω は、弦の 1 次固有円振動数で、 P_1 、 P_2 については、ケーブルの支点間水平距離で無次元化されている。

式(2)の分岐解には、加振円振動数 $\omega = 2\omega_2$ (ω_2 ：逆対称の固有円振動数)付近に生じる周期 $2T$ をもつ主不安定領域および $\omega = \omega_2$ 付近に生じる周期 T をもつ副不安定領域が重要であることから、式(1)、(2)の解をフーリエ級数の形に仮定し、調和バランス法を適用すれば、未定定数を求める連立非線形代数方程式が得られる。これに Newton-Raphson 法を用いて、適当な初期値のもとに解けば、必要な解析解が得られる。

また、式(1)、(2)を 4 元連立の 1 階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill 法を適用して直接数値積分すれば、時間応答が得られる。初期条件としては、逆対称振動に対して、微小振動の外乱を与える。

3. 数値結果

図-1 には、サグ比 $\gamma = 0.03$ 、縦波—横波伝播速度比 $k = 30$ のケーブルについて、減衰定数 $h = 0.005$ 、荷重強度 $p = 1.56$ の場合の応答曲線を示す。横軸は、弦の 1 次の固有円振動数で無次元化した、無次元加振円振動数 ω 、縦軸は、スパン長で無次元化した無次元応答振幅である。図中の A_1 が対称付随応答、 $\bar{A}_{1/2}$ 、 $\bar{A}_1$ が逆対称

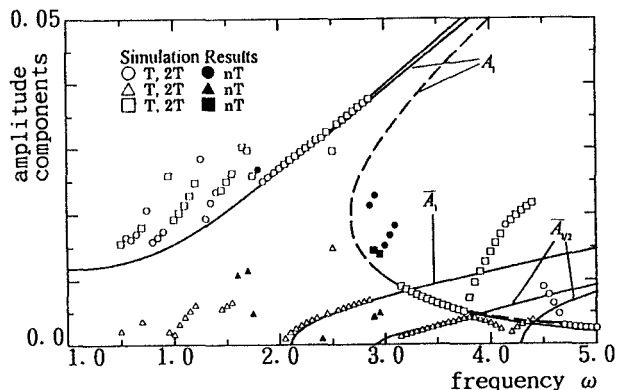


図-1 応答曲線 ($\gamma = 0.03$, $p = 1.56$, $h = 0.005$)

分岐応答の主および副不安定領域の解析解を示している。また、○、●は数値シミュレーションによる対称応答の周期 T 、 $2T$ の振幅および周期 nT の振幅、△、▲は逆対称分岐応答の周期 T 、 $2T$ の振幅および周期 nT の振幅、□、■は逆対称分岐応答に伴う対称付随応答の周期 T 、 $2T$ の振幅および周期 nT の振幅を表す。これらより、解析解とシミュレーションによる数値解を比較すると、主および副不安定領域においては両者はほぼ一致している。しかし、対称応答では高調波共振領域において、両者が一致しない解が点在する。これに伴って逆対称分岐応答も発生している。

図-2には、サグ比 $\gamma=0.03$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ 、減衰定数 $h=0.005$ のケーブルについて、さらに荷重強度を大きくした $p=3.90$ の場合の応答曲線を示す。荷重強度が大きくなると解析解とシミュレーションによる数値解が一致しない点が顕著に現れ、対称および逆対称の非線形連成によって、ともに周期 nT が頻度に現れる。

図-3、4には、サグ比 $\gamma=0.03$ 、縦波-横波伝播速度比 $k=30$ 、減衰定数 $h=0.005$ 、荷重強度 $p=3.90$ の場合について、対称および逆対称応答の分岐図を示す。横軸は、弦の1次の固有円振動数で無次元化した、無次元加振円振動数 ω 、縦軸には、速度をとっている。対称および逆対称応答は、ともに同じ振動数領域で周期 nT に分岐していることが確認できる。しかし、周期 nT からカオスへの分岐は、まだ明らかではない。

4. まとめ

ここでは、荷重強度による影響と分岐図によって対称および逆対称の分岐を示した。位相図およびポアンカレ写像などによる結果は、講演時に発表する。

5. 参考文献

- 1) 高橋・白石: 水平ケーブルの面内対称加振による逆対称分岐応答, 構造工学論文集, Vol. 36A, pp. 711~718, 1990.
- 2) 高橋・山口・松野・鎌田: 面内対称加振を受けるケーブルの非線形逆対称分岐応答, 構造工学における数値解析法シンポジウム第18巻, pp. 267~272, 1995.
- 3) 山口・伊藤: 単一ケーブルの三次元線形自由振動, 土木学会論文集, 第334号, pp. 29~36, 1979.
- 4) 山口・宮田・伊藤: 正弦波外力を受けるケーブルの時間応答解析, 土木学会論文集, 第308号, pp. 37~45, 1981.

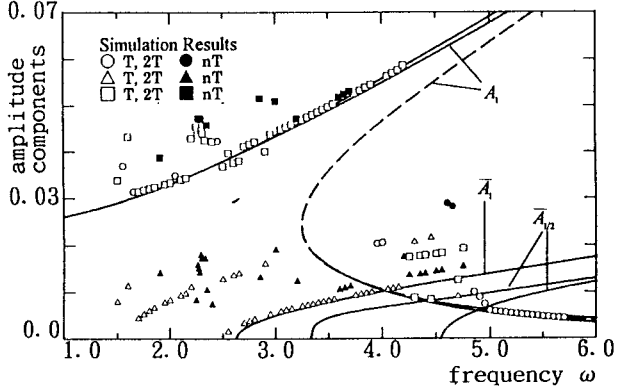


図-2 応答曲線 ($\gamma=0.03$, $p=3.90$, $h=0.005$)

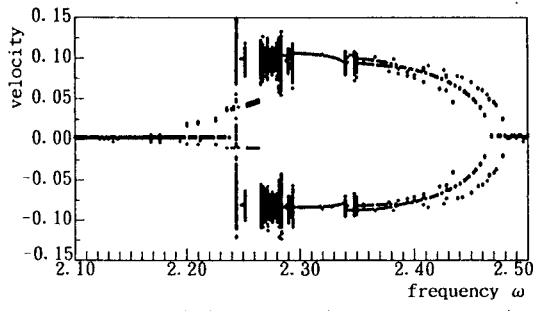


図-3 対称応答の分岐図 ($\gamma=0.03$, $p=3.90$)

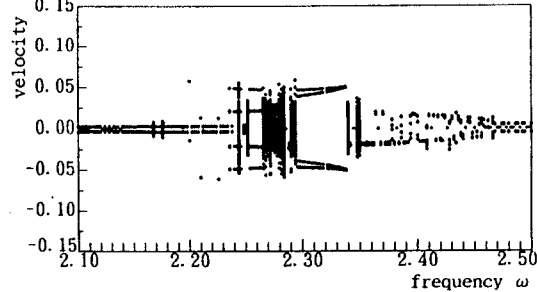


図-4 逆対称応答の分岐図 ($\gamma=0.03$, $p=3.90$)