

ブジネスク方程式による長方形貯槽内容液の非線形振動の解析

九州大学 名誉教授 正員 小坪清真, 九州工業大学 正員 ○高西照彦
九州工業大学 正員 多田 浩, 九州共立大学 正員 成富 勝

1. まえがき 著者らはこれまで、長方形の T L D (同調液体ダンパー) 付き 3 層ラーメン模型が、水平 2 方向入力をうけたときの動的挙動に関する理論的・実験的研究^{1~3)}を行ってきたが、それらはいずれも線形範囲内での現象を対象としたものであった。今回、T L D 及び T L D 付き 3 層ラーメン模型が、水平 2 方向の入力をうけたとき、T L D 内容液が非線形な挙動を示す場合について、定常及び非定常実験を行い、同時に理論解析を行ったので、本論ではその一部である T L D 内容液の動的な非線形挙動に対する実験結果及び理論的検討結果について報告する。

2. 理論解析 T L D 内容液の動的な非線形挙動の理論的解析は水深比 (水深 / T L D の側壁長) が比較的小さいときに用いて有効なブジネスク方程式を利用して行った^{4), 5)}。2. 1 ブジネスク方程式 x-y 平面を静水面に一致させて、上方に z 軸をとれば、ブジネスク方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (H + \eta) \bar{u} \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (H + \eta) \bar{v} \} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + c \bar{u} + \ddot{a}_x = \frac{H^3}{3} \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial x \partial y \partial t} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + c \bar{v} + \ddot{a}_y = \frac{H^3}{3} \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial y^2 \partial t} \right) \quad (3)$$

$$p = \rho \left[g \eta + z \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial (H \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (H \bar{v})}{\partial y} \right\} - z \ddot{a}_z + \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right\} \right] \quad (4)$$

$$c = \frac{1}{H + \eta_{max}} \sqrt{\frac{n_1 \nu}{2}} \left(2 + \frac{2H}{D} \right) \sqrt{1 + \alpha \frac{\eta_{max}}{H}} \quad (5)$$

ここに、 η は水面変動量 (波高)、 $\bar{u}, \bar{v}$ はそれぞれ水深に関する x, y 方向の平均流速、H は水深、g は重力の加速度、 ρ は内容液の密度、 $\ddot{a}_x (x = x, y, z)$ は x 方向の入力加速度、c は減衰係数である。c としては式 (5) の形を仮定した。同式において、 n_1 は T L D 内容液の長手方向の第 1 次の固有円振動数、 ν は動粘性係数、D は T L D の短手方向幅、 η_{max} は T L D が n_1 の円振動数で振動するときの最大波高、 α は数値積分の時間刻み Δt 、最大波高、混合係数 e (後述) 等によって定まる定数である。2. 2 有限要素法の適用 ブジネスク方程式 (1) ~ (4) に重み付き残差法を適用し、空間方向に対しては 1 次の形状関数を用いた 3 角形要素に基づく有限要素によって離散化を行い、時間方向に対しては式 (1) の運動方程式には準陽的オイラー法を、式 (2), (3) の連続方程式及び式 (4) の圧力方程式には陽的オイラー法を用いれば、次式が得られる。

$$(M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} H^2 U_{\alpha\beta}) \bar{u}_{\beta}^{n+1} + \frac{1}{3} H^2 W_{\alpha\beta} \bar{v}_{\beta}^{n+1} = (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} H^2 U_{\alpha\beta}) \bar{u}_{\beta}^n + \frac{1}{3} H^2 W_{\alpha\beta} \bar{v}_{\beta}^n - \Delta t (c M_{\alpha\beta} \bar{u}_{\beta}^n + Q_{\alpha\beta\gamma} \bar{u}_{\beta}^n \bar{u}_{\gamma}^n + R_{\alpha\beta\gamma} \bar{v}_{\beta}^n \bar{u}_{\gamma}^n + g S_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n + I_{\alpha} \ddot{a}_x^{n+1}) \quad (6)$$

$$\frac{1}{3} H^2 X_{\alpha\beta} \bar{u}_{\beta}^{n+1} + (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} H^2 V_{\alpha\beta}) \bar{v}_{\beta}^{n+1} = \frac{1}{3} H^2 X_{\alpha\beta} \bar{u}_{\beta}^n + (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} H^2 V_{\alpha\beta}) \bar{v}_{\beta}^n - \Delta t (c M_{\alpha\beta} \bar{v}_{\beta}^n + Q_{\alpha\beta\gamma} \bar{u}_{\beta}^n \bar{v}_{\gamma}^n + R_{\alpha\beta\gamma} \bar{v}_{\beta}^n \bar{v}_{\gamma}^n + g T_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n + I_{\alpha} \ddot{a}_y^{n+1}) \quad (7)$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+1} = \bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n - \Delta t (L_{\alpha\beta\gamma} + Q_{\alpha\beta\gamma}) (H + \eta_{\beta}^n) \bar{u}_{\gamma}^n - \Delta t (J_{\alpha\beta\gamma} + R_{\alpha\beta\gamma}) (H + \eta_{\beta}^n) \bar{v}_{\gamma}^n \quad (8)$$

$$M_{\alpha\beta} p_{\beta}^{n+1} = \rho g M_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+1} + \rho z \left\{ \left(H (L_{\alpha\beta\gamma} + Q_{\alpha\beta\gamma}) + \frac{1}{2} z S_{\alpha\beta} \right) (\bar{v}_{\beta}^{n+1} - \bar{v}_{\beta}^n) / \Delta t + \left(H (J_{\alpha\beta\gamma} + R_{\alpha\beta\gamma}) + \frac{1}{2} z T_{\alpha\beta} \right) (\bar{u}_{\beta}^{n+1} - \bar{u}_{\beta}^n) / \Delta t - I_{\alpha} \ddot{a}_z^{n+1} \right\} \quad (9)$$

$$\tilde{M} = e\tilde{M} + (1-e)M \quad (10) \quad , \quad \tilde{M}: \text{集中化質量行列}, \tilde{M}: \text{混合行列}, e: \text{混合係数}$$

上式で、上付添字 n は時間ステップを、下付添字 α, β, γ は総和規約を表す。なお、 $\tilde{u}_\beta, \tilde{v}_\beta, \eta_\beta$ に対する係数 $M_{\alpha\beta}$ 等については、紙数の都合で、ここではその表示式を示さない。

3. 実験結果及び理論値との比較 水を満たした長方形 TLD を振動台上に設置し、その長手方向と振動台の振動方向とのなす角 θ をいろいろ変えた場合について、調和波入力による定常振動実験と実地震記録（日本海中部地震秋田港記録）を用いた不規則振動実験とを行った。TLD の大きさは長さ 32.5cm、幅 12.9cm、高さ 40cm で、水深は 8.58cm である。調和波入力の加速度は約 5Gal、地震波入力の最大加速度は 27Gal である。実験結果を、それぞれ定常振動については図-1, 2 に破線で、不規則振動については図-4, 5 に実線で示した。図-1, 4 が波高応答、図-2, 5 が壁面動水圧応答である。数値計算については、次の通りである。長手方向を 20 分割、短手方向を 8 分割した。したがって、要素数は 320、節点数は 189 である。混合係数 e は 0.8、時間分割 Δt は 0.005 秒とした。定常振動に対する入力加速度の周期は 0.783 秒（TLD の共振周期）である。

減衰係数は式(5)から $c = 0.049\sqrt{1 + \alpha \frac{\eta_{\max}}{0.0858}}$ であるが、本論では α は 100 を採用したので $c=0.347$ となる。計算結果を図-1～5 に実線で示した。実験結果と計算結果とは比較的よく一致しているといえる。図-3 は定常振動において、波高が最大になったときの自由液面の形状をプロットしたものである。

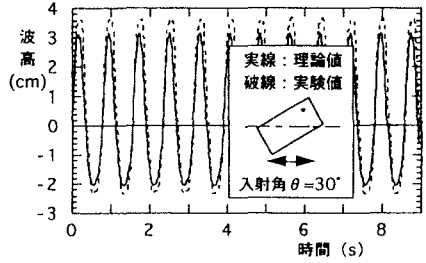


図-1 波高（定常入力）

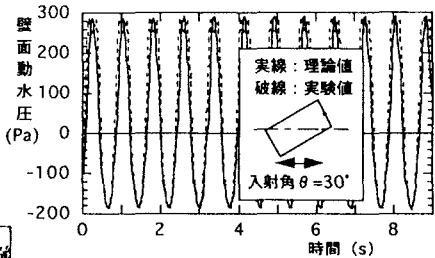


図-2(a) 壁面動水圧（定常入力）

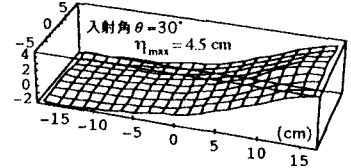


図-3 自由液面形状（定常入力）

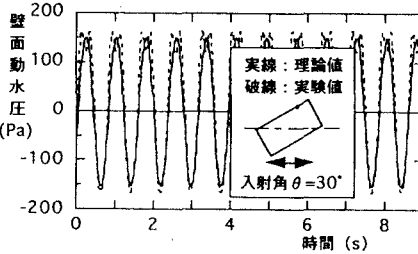


図-2(b) 壁面動水圧（定常入力）

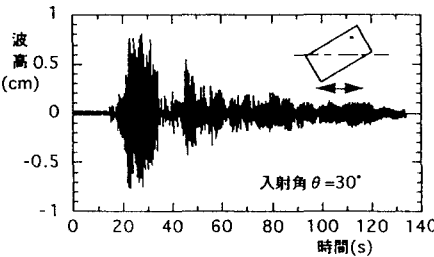


図-4(a) 波高（非定常入力，実験値）

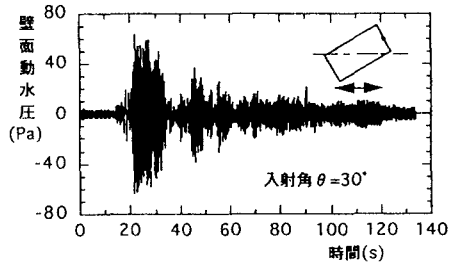


図-5(a) 壁面動水圧（非定常入力，実験値）

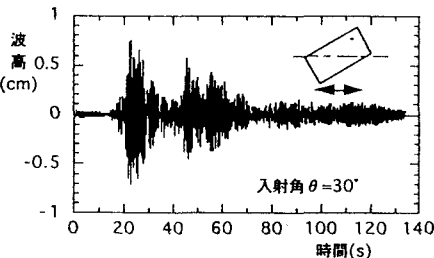


図-4(b) 波高（非定常入力，理論値）

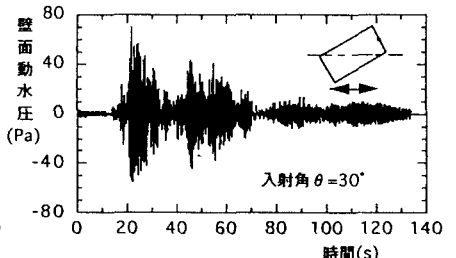


図-5(b) 壁面動水圧（非定常入力，理論値）

- 1) 小坪他：2方向入力を受けるTLD付き3層ラーメン模型の定常応答実験、土木学会西部支部研究発表会、1994.3.
- 2) 小坪他：2方向入力を受けるTLD付き3層ラーメン模型の非定常応答実験、土木学会西部支部研究発表会、1994.3.
- 3) 小坪他：2方向入力を受けるTLD付き3層ラーメン模型の振動台実験、土木学会第49回年次学術講演会、1994.9.
- 4) 喜岡他：boussinesq方程式による構造物近傍の非線形平面波の解析、海岸工学論文集、第40巻、1993.
- 5) 若原他：有限要素法による円筒形同調液体ダンパーの3次元非線形解析、土木学会第49回年次学術講演会、1994.9.