

数式処理ソフトウェアMATLABによる不規則振動解析

長崎大学工学部○学生員 甲斐 利彦

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

1. はじめに

近年、多くの分野で数式処理ソフトウェアが使われるようになってきた。制御工学の分野では、MATLAB⁽¹⁾⁽²⁾の使用が一般的になっている。MATLABには数値計算のための関数群が豊富に準備されており、プログラム作成において、制作者の負担が少ないのが特徴である。著者らは、このような数式処理ソフトウェアを、構造物の不規則振動解析の適用し、解析に必要なプログラムパッケージを作成している。ここでは、MATLABによる不規則振動解析の概要と、その応用として構造物に設置するTMDの最適設計について報告する。

2. MATLABによる不規則応答解析

MATLABは基本モジュールとこれに様々な機能を付加する、TOOLBOXと呼ばれるモジュールから構成されている。本研究では、①基本モジュールと② Optimization TOOLBOXを用いた。

本研究で作成したプログラムは、不規則振動解析の一連のプログラムとそれを確認するための不規則シミュレーションのプログラムである。シミュレーションのプログラムでは、任意のパワースペクトル密度が与えられた場合、対応する波形を合成するもの、多自由度系の振動解析を行うもの、応答の分散を求めるもの、から構成されている。不規則振動解析では、任意のパワースペクトル密度を有する外力に対する、多自由度系の共分散応答解析、および、TMDを設置した場合の解析である。また、m個のTMDの最適設計も実施できる。さらに、提供されている応答

解析のためのアルゴリズムを改善したプログラムも作成した。作成した主要なプログラムの概要を表-1に示した。

表-1 作成したプログラム

不規則シミュレーション	不規則振動論
シミュレーション波形合成	多自由度系の不規則振動解析
多自由度系の応答解析	動吸振器を設置した場合の応答
動吸振器を設置した場合の応答	動吸振器の最適設計
	Pade近似による共分散方程式の解法
	Runge-Kutta法による共分散方程式の解法

3. 多自由度系に設置する動吸振器の最適設計

図-1で示すように、n層ラーメンにm個動吸振器を任意の場所に設置する。動吸振器を設置した構造物および動吸振器の応答は、次式で記述することができる。外力として白色雑音を考えるものとする。

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{H}_s \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega_s \mathbf{q}(t) = \mathbf{B}_s \mathbf{F}(t) + \mathbf{B}_d \mathbf{P}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{P}(t) = -\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{d}}(t) \quad (2)$$

$$\ddot{\mathbf{d}}(t) + \mathbf{H}_d \left\{ \dot{\mathbf{d}}(t) - \mathbf{y}_d'(t) \right\} + \Omega_d \left\{ \mathbf{d}(t) - \mathbf{y}_d(t) \right\} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad \mathbf{y}_d(t) = \mathbf{C}_d \mathbf{q}(t) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{q}(t)$ ：構造物の規準座標のベクトル、 $\mathbf{d}(t)$ ：m個の動吸振器の変位、 $\mathbf{y}(t)$ ：構造物の変位、 $\mathbf{y}_d(t)$ ：動吸振器設置点の構造物の変位、 $\mathbf{F}(t)$ ：白色雑音過程のランダム波、 Φ ：モードマトリクス、 $\mathbf{P}(t)$ ：m個の動吸振器の制御力、 $\mathbf{B}_s$ ：各層にかかるモードのベクトル、 $\mathbf{M}_d$ ：動吸振器の質量、である。

構造物と動吸振器を状態空間表示すると、次式のようになる。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \left[\mathbf{q}_1(t) \quad \dot{\mathbf{q}}_1(t) \dots \mathbf{q}_n(t) \quad \dot{\mathbf{q}}_n(t) \quad \mathbf{d}_1(t) \quad \dot{\mathbf{d}}_1(t) \dots \mathbf{d}_m(t) \quad \dot{\mathbf{d}}_m(t) \right]^T \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{F}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{A}_{sd} \\ \mathbf{A}_{ds} & \mathbf{A}_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{A}_s$ ：構造物の係数マトリクス、 $\mathbf{A}_d$ ：動吸振器の係数マトリクス、 $\mathbf{A}_{sd}$ 、 $\mathbf{A}_{ds}$ ：構造物と動吸振器の

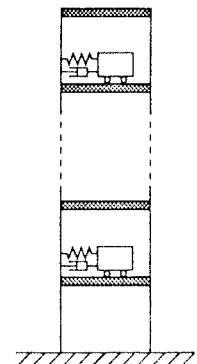


図-1 n層ラーメン

連成項、である。

ここで、 $X(t)$ の共分散を $R(t) = E[X(t) X(t)^T]$ で定義すると、(6) 式に対応する共分散方程式(3)は次式で表される。

$$\dot{R}(t) = A R(t) + R(t) A^T + Q(t), R(t_0) = R_0 \quad (8)$$

動吸振器の最適設計は、動吸振器のパラメータを初期値として与え、変位の分散が $\sigma_y^2 \rightarrow \min$ となるまで繰り返す。この条件を満足する最適な $\alpha = [\omega_{d1} \dots \omega_{dm} \ h_{d1} \dots h_{dm}]$ を求める。

この計算には、Optimization TOOLBOXを用いる。Optimization TOOLBOXでは、ニュートン法により、動吸振器の最適設計を実行している。

4. m個の動吸振器を設置する場合

任意の場所にm個の動吸振器を設置した場合、(7) 式のマトリクスの要素は次のようになる。

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega_s - \Phi^T b_d M_d \Omega_d C_d & -H_s - \Phi^T b_d M_d H_d C_d \end{bmatrix} \quad A_{,d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Phi^T b_d M_d \Omega_d & \Phi^T b_d M_d H_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_{ds} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Omega_d C_d & H_d C_d \end{bmatrix} \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega_d & -H_d \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Omega_d = \begin{bmatrix} \omega_{d1}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{dm}^2 \end{bmatrix} \quad H_d = \begin{bmatrix} 2h_{d1}\omega_{d1} & 0 \\ 0 & 2h_{dm}\omega_{dm} \end{bmatrix}$$

このように、動吸振器の数を変えたり、動吸振器の設置場所を変えたりすることは、MATLABではプログラム上のマトリクス変えるだけで容易に応答計算を行うことができる。式(6)のAマトリクスとBマトリクスのサイズは上式からもわかるように動吸振器の数に依存する。このようなマトリクスの変更により、動吸振器の数と取り付け位置を変化させることができる。

5. 数値解析と考察

解析例として、動吸振器を設置した5層ラーメン構造が、基盤に白色雑音外力を受ける場合の不規則振動解析を示した。図-2は、最上部に動吸振器を設置した場合の、最上部の変位応答の標準偏差を示したものである。実線はシミュレーション、破線は共分散方程式による応答を表している。シミュレーションは20本の波形から分散を求めた。図の中で、応答レベルの高いものが動吸振器のない場合で、応答レベルが低いものが、動吸振器を設置した場合である。図-3は、3層目と5層目に動吸振器を設置した場合の最上部の変位応答示している。動吸振器を2個設置すると、さらに応答レベルを制御することができる。

6. まとめ

本論文では、数式処理ソフトウェアMATLABによる不規則振動解析の手法と動吸振器の最適設計の手法について述べた。MATLABによれば、m個の動吸振器を設置する問題は、マトリクスの変更のみで解析が可能でありプログラムのパッケージ化することができる。

[参考文献] (1) 阿部：やさしいMacの数値/数式処理プログラム、(株) 毎日コミュニケーションズ、1990 (2) The Math Works, Inc : MATLAB Reference Guide, 1993 (株) サイバネットシステム (3) 岡林、竹下：構造工学論文集 Vol.39A, pp.671, 1993

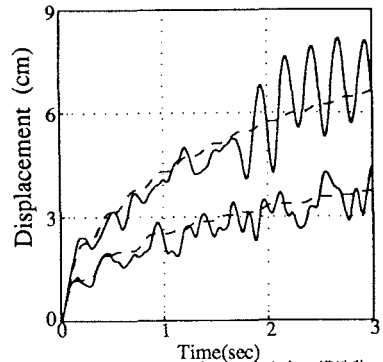


図-2 TMDを1個つけたときの構造物の変位応答

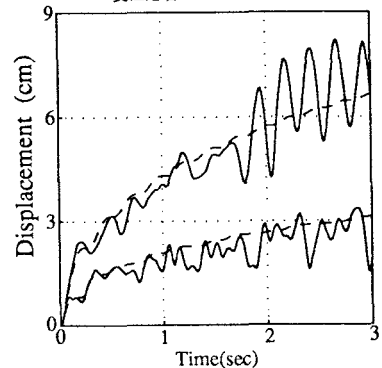


図-3 TMDを2個つけたときの構造物の変位応答