

## 接線剛性法による円環の大変形解析

佐賀大学 理工学部 学生員 ○井口 真一 正員 後藤 茂夫  
正員 井嶋 克志 正員 川崎 徳明

## 1. はじめに

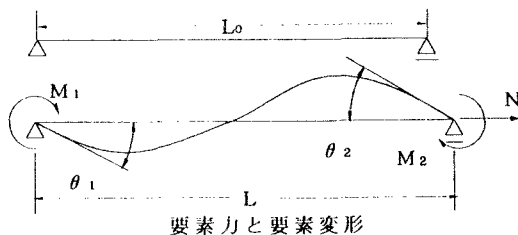
高精度、高収束性を誇る接線剛性法により、完全円環（直径4m、一点支持）と一部欠けた円環（二点支持）の荷重-変位曲線における極値及び釣り合い性状について検討した。

## 2. 要素力式と接線要素力式

分割荷重増分の大きさを考慮することなく、良好な収束性を得るためには、不平衡力算出のための要素力式と接線剛性マトリックスに取り込む接線要素力式の整合性は重要であり、以下にその一例を示す。

端モーメント

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = a \theta \quad \dots \dots \dots (1)$$



軸方向力

$$N = F_0 [\Delta L + \frac{1}{2} L_0 \{ p (\theta_1^2 + \theta_2^2) - p' \theta_1 \theta_2 \}] \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$a = (z^2 \cosh z - z \sinh z) / \{ z \sinh z - 2 (\cosh z - 1) \}$$

$$b = (z \sinh z - z^2) / \{ z \sinh z - 2 (\cosh z - 1) \}$$

$$p = (a - b^2) / r, \quad p' = (ab - a - 2b) / r$$

接線要素力式

$$\begin{bmatrix} \delta N \\ \delta M_1 \\ \delta M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & Fu_1 & Fu_2 \\ Fu_1 & Fu_1^2 + ak & Fu_1 u_2 + bk \\ Fu_2 & Fu_2 u_1 + bk & Fu_2^2 + ak \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$F_0 = EA / L_0, \quad k = EI / L_0, \quad F = F_0 (1 + F_0 W)$$

$$W = -\frac{1}{2} \theta^T \left( \partial^2 a / \partial N^2 \right) \theta, \quad u = [u_1, u_2]^T = (\partial a / \partial N) \theta$$

## 3. 計算

円の頂上部に荷重を載せ、垂直方向の変位と水平方向の変位を調べた。（図-1-a）

I）完全円（一点完全固定）に関して荷重制御、変位制御を適宜組み合わせることにより

（1）撓乱を与えずに、経路追跡を行い荷重-変位曲線を求めた。（図-1-b）

（2）撓乱を与え、経路追跡を行い荷重-変位曲線を求めた。（図-1-c）

II）一部（中心角が  $2\pi/5$ ）だけ欠けた円（二点完全固定）に関しても、I）と同様に追跡した。

（図-1-d, e, f）

## 4. あとがき

完全な円環について

荷重-垂直変位の関係において、極大点のみならず、約  $2EI/R^2$  の荷重で分岐座屈を起こすことがわかり（三角印）、分岐座屈後は、わずかな荷重増分で、水平方向に大きく変位する。

一部欠けた円に関して

荷重-垂直変位曲線に関して、 $8.4EI/R^2$  あたりに極大点（p点）を持つ。また、それより分岐経路Aがみられ、わずかな荷重増分で水平変位が大きくでるが、1.5mほど変位した後はほとんど変位しない。 $6EI/R^2$  あたりにおいても分岐点（点R）がみられ分岐経路Bが存在する。

# 参考文献

1) 後藤, 井嶋, 帯屋, 劉: 接線剛性法による平面骨組の分岐釣合系の解析, 構造工学における数値解析シンポジウム論文集第18巻P121-126(平成6年7月)

2) 後藤, 井嶋, 古賀, 帯屋: 接線剛性法における要素力式の設定と収束解の精度, 構造工学における数値解析シンポジウム論文集第18巻P127-132(平成6年7月)

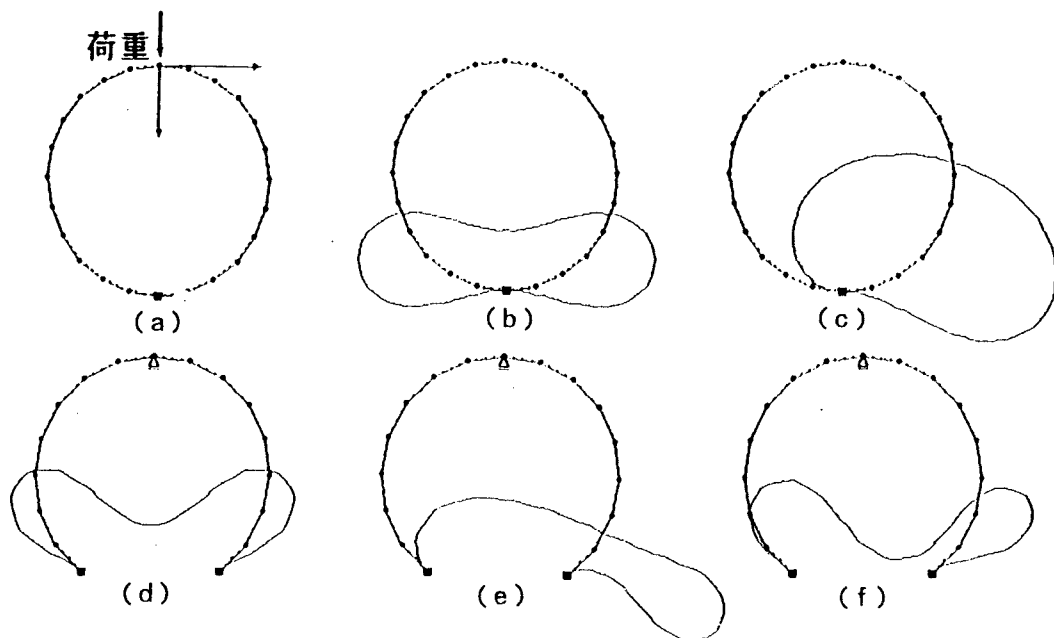


図-1 各経路の釣合状態

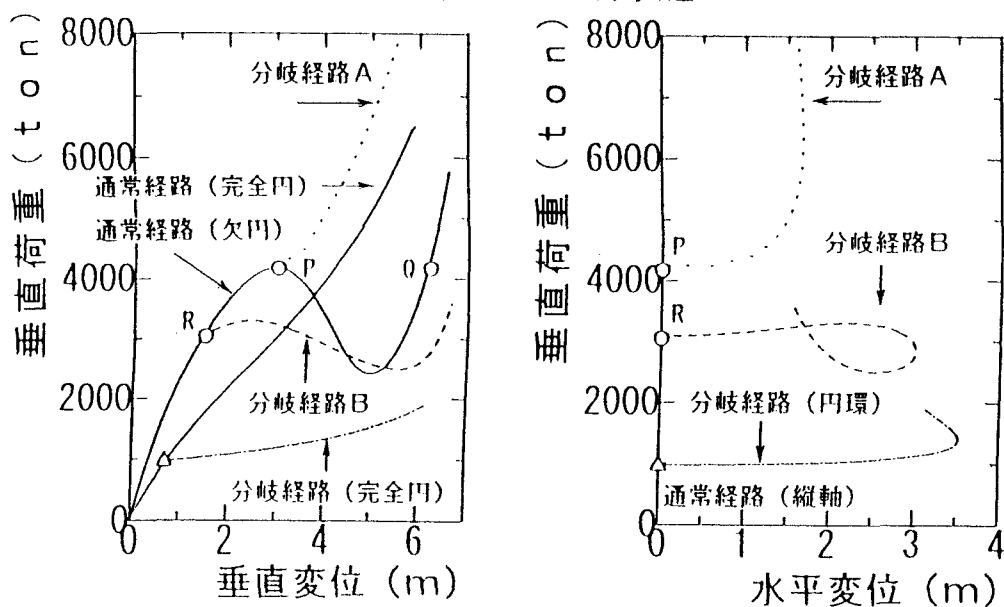


図-2 荷重と変位の関係