

水荷重をうける膜構造の応力・形状解析

佐賀大学 正員 ○ 帯屋洋之 正員 後藤茂男
正員 井嶋克志 学生員 劉磊

1. まえがき

有限要素法による膜構造解析を行う場合の解析理論として、要素剛性分離の手法による接線剛性法の有用性がすでに立証されており、石鹸膜要素による等張力曲面解析から形状決定後の外力に対する応力解析に至るまでの統一理論として実用化されている。

本研究に於いては、膜面に対して水荷重が作用する場合について各種条件を設定し、接線剛性法による応力・形状解析を行うことにより、本手法の適用範囲の広さ、非保存外力に対する適応性などを検証する。

2. 三角形実膜要素における接線剛性方程式

等方性の定むずみ実膜要素の基本寸法を図-1のように設定すれば各辺の辺長増分と図-2に示した辺張力との関係を表す要素力式は、

$$\mathbf{N} = \mathbf{k} \Delta \mathbf{b} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{k} = \frac{Dt}{4A} \left(\begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 & S_1 S_3 \\ S_2 S_1 & S_2^2 & S_2 S_3 \\ S_3 S_1 & S_3 S_2 & S_3^2 \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} -b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ b_2 b_1 & -b_2^2 & b_2 b_3 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & -b_3^2 \end{bmatrix} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$D = E / (1 - \nu), \quad \mu = (1 - \nu) / 2$$

$$S_i = (a_i^2 - c_i d_i) / a_i \quad (i=1, 2, 3)$$

E:弾性係数, ν :ポアソン比, A:三角形要素の面積, t:膜厚

となり、立体共通座標系への適合条件式による処理をほどこせば接線要素力剛性 $\mathbf{K}_0$ が得られる。また、各辺の方向余弦を $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ とすれば、各辺に関する幾何剛性は次式のように表すことができる。

$$\mathbf{k}_{0i} = \frac{N_i}{b_i} \begin{bmatrix} 1 - \alpha_i^2 & -\alpha_i \beta_i & -\gamma_i \alpha_i \\ -\beta_i \alpha_i & 1 - \beta_i^2 & -\beta_i \gamma_i \\ -\gamma_i \alpha_i & -\gamma_i \beta_i & 1 - \gamma_i^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

よって、 $\mathbf{k}_0$ を空間内三角形トラスブロックとして組み合わせることにより、三角形膜要素の接線幾何剛性 $\mathbf{K}_0$ を得ることができる。以上により、共通座標系における要素端の節点力増分 $\delta \mathbf{U}$ と節点変位 $\delta \mathbf{u}$ の関係を表す接線剛性方程式は次式のようにになる。

$$\delta \mathbf{U} = (\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_a) \delta \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (4)$$

3. 数値計算例

Ex. 1 図-3に示した周辺固定の初期形状に対して、膜自重を載荷したもの(図-4)を先行状態として、水荷重を満載させた場合(図-5)、及びこれより50%(図-6)、95%(図-7)蒸散時の形状を求めた。

Ex. 2 図-3に示した周辺固定の初期形状より石鹸膜要素を用いて得られた等張力曲面(図-8)を先行状態として、水荷重を満載させた場合(図-9)、及びこれより50%(図-10)、95%(図-11)蒸散時の形状を求めた。

Ex. 3 図-12に示した、上下端固定の正六角柱初期形状に対して、正六角柱の高さの2分の1のところに水面位置を設定し、膜面の外側より水圧が作用する場合(図-13)、及び膜面の内側より水圧が作用する場合(図-14)の形状を求めた。

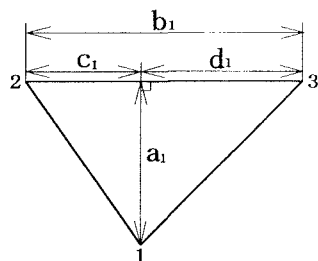


図-1 要素寸法

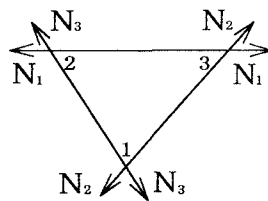


図-2 辺張力

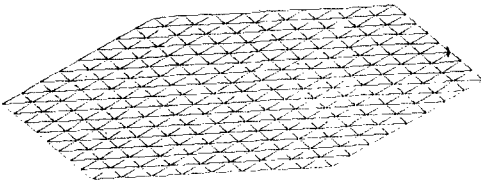


図-3 正六角形初期形状

図-4 Ex.1 先行状態（自重载荷）

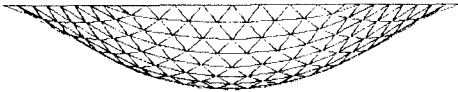


図-5 Ex.1 水荷重満載時の形状



図-6 Ex.1 50%蒸散時の形状と水位



図-7 Ex.1 95%蒸散時の形状と水位

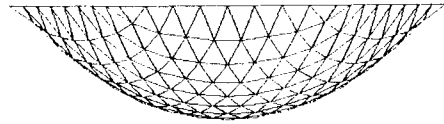


図-8 Ex.2 先行状態（等張力曲面）

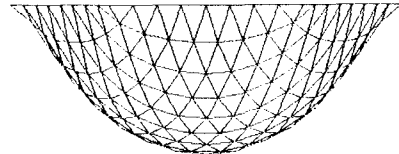


図-9 Ex.2 水荷重満載時の形状

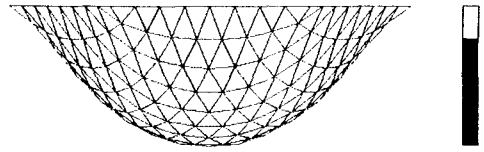


図-10 Ex.2 50%蒸散時の形状と水位

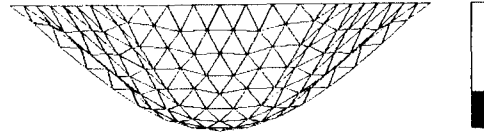


図-11 Ex.1 95%蒸散時の形状と水位

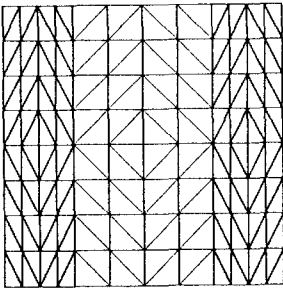


図-12 Ex.3 初期形状

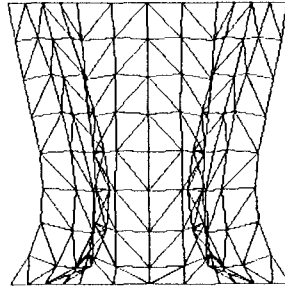


図-13 外側より水圧载荷

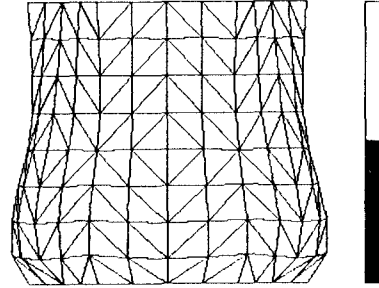


図-14 内側より水圧载荷

4. 考察とまとめ

膜面に作用する水荷重として、Ex.1 及び Ex.2 のように水量を与えた場合、Ex.3 のように水面位置を与えた場合のいずれも、高精度な解を得ることができる。このことにより、本手法の広範囲な適応性が確認された。図-11, 13 の形状においては圧縮応力が認められこのことはしわの発生を意味しているが、メッシュ分割をさらに細分化することにより、より厳密なしわの形状の表現ができるものと考えられる。

参考文献

- 1) 帯屋, 劉, 井嶋, 後藤: 等張力曲面における接線幾何剛性, 膜構造論文集'94, 1994
- 2) 後藤他: 要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状解析と膜構造解析, 構造工学論文集Vol.37A, 1991
- 3) H.Bufler, H.Schneider: Large strain analysis of rubber-like membranes under dead weight, gas pressure, and hydrostatic loading: Computational Mechanics 14, 1994