幾何学的非線形解析へのGAの適用

熊本大学工学部　学生員　○東　高徳
同　上　正　員　小林　一郎
同　上　正　員　三池　亮次
熊本大学自然科学研究科　正　員　佐藤　啓治

1．はじめに　筆者らはケーブル構造の有限変位解析への最適化手法の適用に関する研究を行い、増分形の釣り合式を直接解くよりも、改訂マルカート法を用い、式の両辺の残差二乗和fの最小化を図る方が計算効率が良い場合のあることを示した[1)]。ただし、上記の目的関数 f は最適化問題としてみると、いくつかの局所解を持つ多峰性の関数であり、全域解の近傍に設計変数である増分変位 $\Delta\mathbf{d}$ の初期値を設定した場合には容易に最適解を求められるが、初期値の選択を誤ると局所解に到達する。本研究では離散値最適手法として注目されているGAを適用し、多峰性関数の合理的な初期値の探索を試みる。

2．有限変位解析の基礎式[2)]　トラス構造の有限変形の中間状態において、節点に作用する外力と変位がおのおの $\mathbf{p}'$ および $\mathbf{d}'$ であり、変形後の状態において、外力ベクトル $\mathbf{p}'+\Delta\mathbf{p}$ を受け、変位増分が $\Delta\mathbf{d}$ であるものとする。変形後の部材軸力 N で構成される部材応力ベクトルを $\mathbf{r}=\mathbf{r}'+\Delta\mathbf{r}$ とすると、接続マトリックス $\mathbf{C}'$ および $\mathbf{C}'+\Delta\mathbf{C}$ を用い

$$\mathbf{p}'=\mathbf{C}'\mathbf{r}' \tag{1}$$
$$\mathbf{p}'+\Delta\mathbf{p}=(\mathbf{C}'+\Delta\mathbf{C})(\mathbf{r}'+\Delta\mathbf{r}) \tag{2}$$

が成り立つ。また、トラス構造解析の増分形基礎式は次式となる。

$$\Delta\mathbf{p}=(\mathbf{C}'+\Delta\mathbf{C})\Delta\mathbf{r}+\Delta\mathbf{C}\mathbf{r}' \tag{3}$$
$$\Delta\mathbf{r}=\mathbf{K}\{(\mathbf{C}'+\Delta\mathbf{C})^T\Delta\mathbf{d}-\Delta\mathbf{e}_\theta\} \tag{4}$$

ただし、$\mathbf{K}$ は部材の剛性マトリックス、 $\Delta\mathbf{e}_\theta$ は伸びの付加項である。

上式の両辺の数値解析残差を

$$\mathbf{v}=\alpha\Delta\mathbf{p}-(\mathbf{C}'+\Delta\mathbf{C})\Delta\mathbf{r}-\Delta\mathbf{C}\mathbf{r}' \tag{5}$$

とし、$\mathbf{v}$ の平方和を目的関数とする最適設計問題を設定する。

[最適設計問題]

設計変数：　増分変位　$\Delta\mathbf{d}$

目的関数：　$f=\mathbf{v}^T\mathbf{v}\rightarrow min.$　(6)

3．GAの概要　GAとは、生物の進化の過程を数理モデル化したものである。オペレータには、線列のコーディング、淘汰、交叉、突然変異があり、このオペレータを繰り返して最適化を確率的に解く。GAの特長は、評価関数値で最適化を行うため離散値の最適解を探索するのに有効である。また、多峰性の関数にも有効である。本研究で用いたGAの手法は次の通りである。

1) 線列のコーディング

増分変位を設計変数とし、中心とする格子を作り格子点に番号を与えてその番号を二進コードに置き換えを行った。

2) 評価関数

式(6)の目的関数を用いて最小値を最大値にする。本研究では目的関数を、下の式のように目的関数を $\sqrt{b}$ 乗し、それを定数 a から引く。

$$\phi=a-f^{\sqrt{b}} \tag{7}$$

3) 淘汰処理

淘汰にはルーレット戦略手法を用いた。これは、適応度に比例した割合で選択する手法である。評価関数値の合計に対する個々の線列の割合を求める。よって、割合の高い線列が多く選択される。集団数N個の中からi番目の線列が選択される確率pを以下に示す

$$p=f_i/\sum f_i \tag{8}$$

4) 交叉処理

交叉には1点交叉、線列の集団から2つの線列を取り出し任意に決めたビットより後方の線列を入れ替える。

5) 突然変異処理

突然変異には加減方式を用いる。この方式は、線列に任意の数値を加えたり、減らしたりし、ある線列が、持っている適応度より高い時のみ突然変異を行う方式である。

4．数値計算例　図−1に示す1部材モデルに本法を適用する。初期形状に増分荷重が載荷された時の、最終形状は実線のようになる。しかし、図−2のように式（6）の f の等高線はA、Bの2点が全域解であり、C、D、Eの3点が局所解となる。この

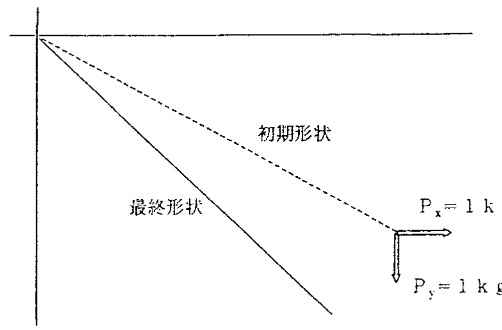
ため、最小２乗法を用いると、初期値の選択を誤ると構造解析における解Ａ以外の点を解とすることもある。ここでは、設計変数の離散値として、（ａ）直交格子点の座標値を用いる場合（図－３（ａ））と、（ｂ）のように局座標を用いる場合（図－３（ｂ））について、ＧＡの最適化を試みた。ただし、部材には圧縮が働かないという制約条件を付加した。(a)の場合図－１の１部材モデルの節点変位は格子点上を動くため実際の節点の変位とは大きく異なる。このために、節点の可動域に格子点がない場合、良好な解を選択することが出来ない。これに対して（ｂ）の場合、本モデルの場合可動領域に格子点が並ぶために、直交座標系よりも比較的良好な解を選択できる。このように線列のコーディングには、その問題がもっている特長を理解しておかなければならない。図－１のモデルでGAによる最適化を行う。この時GAのパラメータを次のように設定した。人口100, 交叉確率0.6, ビット数6, 世代数100, この時最適解は、$\Delta d = (-7.943, -10.3553)$である。(a)の場合$\Delta d = (0.0)$となる。(b)の場合$\Delta d = (-7.988, -10.387)$また、交叉確率のみを変化させると図－４になる。また、表－１より交叉確率は、0.6となる。これは、これ以下になると最適値探索が、淘汰処理と突然変異処理により行われてしまう。これにより、集団の平均値は上昇するが、線列の入れ替えがなくなり、局所解に陥る。0.6以上になると、適応度が高い線列を破壊してしまう。これによりランダム探索に近い状態が長くなる。よって、交叉確率は、このパラメータと評価関数の場合には0.5～0.6が良いと思われる。

以上よりＧＡを幾何学的非線形解析に用いるとき、直接最適解を求める場合には今後、線列の選択法をはじめ、検討を要するが、最小２乗法の初期値として使用する場合には十分な結果がえられた。他の計算例については講演時に報告の予定である。

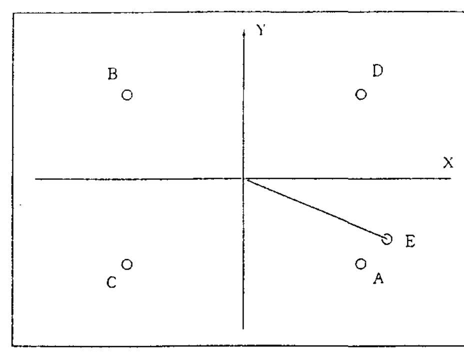
参考文献　1)小林、三池：ケーブル構造の大変形解析への最適化手法の適用、土木構造・材料論文集、第５号、1990. 2) Miike,Kobayashi,:Virtual Large Displacement Theorem for Framed Structures, EM Division,ASCE,1990

表－１

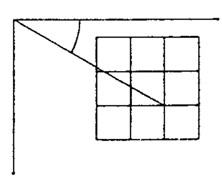
交叉確率	変位Ｘ(cm)	変位Ｙ(cm)	評価関数
０．６	０．０	０．０	９９８．８１
０．９	－５．０	－７．０	９９３．８７
０．１	－２９．０	－２３．０	９９４．２８



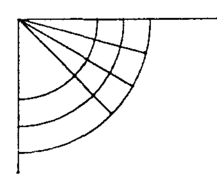
図－１



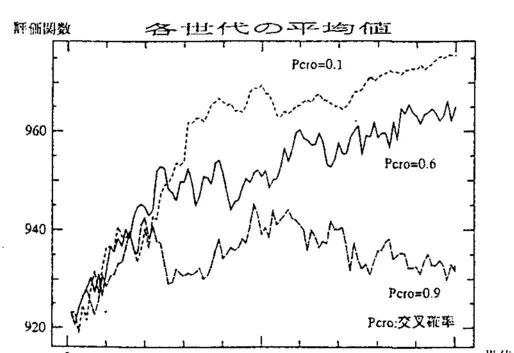
図－２



図－３(a)



図－３(b)



図－４