

資産選択を考慮した多数土地市場の均衡について

熊本工業大学 正員 田代 敬大

1. はじめに

本研究は都市空間を多数の離散的地区に分割し、各地区に対する住宅タイプ別需用者の付け値分布と各地区における土地所有者の資産選択行動を考慮した多財多地区均衡モデルを構築し、もって都市空間の土地利用状況の検討を試みるものである。

分析対象とする均衡問題は、次のようなものである。土地・住宅タイプ別需用者グループは各地区ごとに付け値分布と敷地規模分布の提示を予定する。他方、各地区の土地所有者は自分の土地に対する各収益分布（付け値分布）を予想して最適資産構成をおこなうことにより、土地・住宅タイプ別供給面積を決定する。すべての地区のすべての土地・住宅タイプ別の供給が一致する状態が均衡状態であり、この状態の土地利用状況を検討するものである。

ただし本稿では、土地利用の種類は簡単化のため農業的利用と住宅的利用の2種類にとどめ、2財多地区モデルとして記述する。都市形状は標準的な単一中心都市の仮定を想定し、土地は農業的土地利用に供されるものとする。農地の肥沃度は一定であるが、将来の天候や市場状況等の不確実性のために、農作物からの収益を還元した農地価格はすべての土地で一様に正規分布 $N(\mu_A, \sigma_A^2)$ に従うものとする。また、地区 i は都心($i=0$)に近い方から番号を付け、都市境界の地区を m とする。

2. 住宅付け値分布と住宅地需用関数

需用側について、次を仮定する。①土地・住宅タイプ別の需用者は固定されている。つまり、あるタイプの住宅を求める需用者は別のタイプの住宅を求めないものとする。②需用者は離散的な地区のいずれかに立地する。③需用者の効用関数は対数線形関数を仮定する。すなわち、

$$u(z, s) = \alpha \log z + \beta \log s \quad (1)$$

ここに、 $u(z, s)$: 効用関数、 s : 土地敷地面積ないし住宅面積、 z : 消費財量、 α, β : パラメタ ($\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta = 1$)

とすると、付け値関数 $P(T_i, u)$ と付け値最大化敷地

規模関数 $s(T_i, u)$ は、次のように得られている¹⁾。ただし、都心より i 地区までの距離を x_i とし、その間の交通費用を $T_i = T(x_i)$ とする。

$$P(T_i, u) = \alpha^{\alpha} \beta^{\beta} (Y - T_i)^{1-\alpha-\beta} e^{-u/\beta} \quad (2)$$

$$s(T_i, u) = \beta (Y - T_i) / P(T_i, u) \quad (3)$$

ここに、 u : 効用目標、 Y : 所得

ここで、④家計は、所得と効用関数は同質的であり、効用目標のみが異なると仮定する。 u が分布すれば、各地区に対する P と s も分布することになる。ところで需用者の付け値分布は、供給者にとっては収益分布に相当するので、標準的な2パラメータ・ポートフォリオ理論の要請から、⑤付け値分布は正規分布と仮定する。

いま、地区 i の付け値が正規分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ に従うと仮定すると、 $P(T_i, u) \rightarrow u$ の分布 $\rightarrow P(T_i, u)$ と計算することにより、任意の地区 i の付け値分布は地区 i の付け値分布のパラメータ μ_i, σ_i^2 を用いて表現できる。地区 i の付け値分布の密度関数 $f(P_i)$ は $f_P = 1/\{\sqrt{2\pi}(\kappa_i \sigma_i)\}$

$$\times \exp[-1/2\{(P_i - \kappa_i \mu_i)/(\kappa_i \sigma_i)\}^2] \quad (4)$$

$$\text{ただし、} \kappa_i = \{(Y - T_i)/(Y - T_0)\}^{1/\beta}$$

となり、地区 i の付け値分布は $N(\kappa_i \mu_i, (\kappa_i \sigma_i)^2)$ と表現される。ここで交通費用は $T_1 < T_2 < \dots < T_i < \dots < T_m$ となり、また $0 < \beta < 1$ より、 $\kappa_2 > \dots > \kappa_i > \dots > \kappa_m$ となる。すなわち、都心から郊外に向かって、各地区に対する付け値分布の平均と標準偏差は、同じ比率 κ_i で減少していくことがわかる(図1)。

次に、敷地規模 s は付け値 P の逆数であることから地区 i の敷地規模分布の密度関数 $f_s(s_i)$ は、

$$f_s = 1/(\sqrt{2\pi} \sigma_i) \{\beta |_i / s_i\}^2$$

$$\times \exp[-1/2\{(\beta |_i / s_i - \mu_i)/\sigma_i\}^2] \quad (5)$$

ここに、 $|_i$: 地区 i での純所得 ($|_i = Y - T_i$) となり(図2)、平均敷地規模は次式となる。

$$E[s_i] = \int s_i f_s(s_i) ds_i \quad (6)$$

これより地区 i での住宅需用関数 D_i は、平均敷地規模 $E[s_i]$ に同地区に立地する需用者数 n_i を乗じることによって得られる。

$$D_i = n_i E[s_i] \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

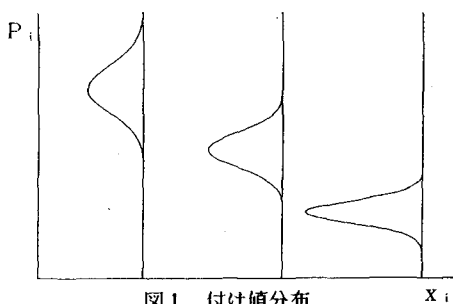


図1 付け値分布

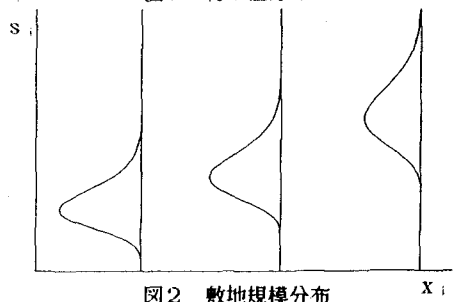


図2 敷地規模分布

3. 資産選択と住宅地供給関数

土地所有者の土地利用構成を資産選択の結果とみなし、2パラメータ・ポートフォリオ理論を用いて記述する。各地区*i*において、住宅地供給による収益分布（付け値分布）と農地利用による収益分布より構成される実行可能領域に対して、無差別直線で表わされる期待効用が最大になるように土地利用構成をおこなうものとする（地区の添字*i*は略）。

$$\max. (\mu_p - d) / \sigma_p \quad (8)$$

$$\text{s.t. } \sigma_p^2 (\mu_H - \mu_A)^2 - \mu_p^2 (\sigma_H^2 + \sigma_A^2 - 2\sigma_{HA}) + 2\mu_p \{ \mu_A \sigma_H^2 + \mu_H \sigma_A^2 - (\mu_H + \mu_A) \sigma_{HA} \} - (\mu_A^2 \sigma_H^2 + \mu_H^2 \sigma_A^2 - 2\mu_H \mu_A \sigma_{HA}) \quad (9)$$

ここに、 μ_p, σ_p : ポートフォリオ平均、標準偏差

$\mu_H, \mu_A, \sigma_H, \sigma_A, \sigma_{HA}$: 収益平均、標準偏差

共分散（ H は住宅地、 A は農地）、 d : 希望水準

住宅地供給の最適投資面積比率 ξ_{Hi}^* は、次式のようになる。

$$\xi_{Hi}^* = \{ a_1 \sigma_H^2 - a_2 \sigma_{HA}^2 \} / K \quad (10)$$

ただし、 $a_1 = \mu_H - d$ $a_2 = \mu_A - d$

$$K = a_1 \sigma_H^2 + a_2 \sigma_A^2 - (a_1 + a_2) \sigma_{HA}$$

ここで「同質的土地市場」を仮定すると、地区*i*の多数の土地所有者の集計的最適投資面積比率も ξ_{Hi}^* となるので、地区の土地面積を A_i とすると、地区*i*の住宅地供給関数 S_{Hi} は次式となる。

$$S_{Hi} = \xi_{Hi}^* A_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

4. 均衡条件と境界条件

市場均衡の条件は、すべての地区のすべての土地利用について需給が一致することである。

$$D_{Hi} - S_{Hi} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (12)$$

地区*m*が都市境界となるのは、*m*より郊外が農地にしか利用されないときである。住宅供給 $S_{Hm+1}^* = 0$ つまり次式を満足する*m*のときである。

$$\xi_{Hm+1}^* = 0 \quad (13)$$

地区*i*の「人口」（厳密には就業者） n_i をすべての都市地区について集計すると都市人口 N となる。

$$\sum n_i = N \quad (14)$$

5. 問題設定と解法（open-city モデル）

ここでは、居住者の効用水準が外生的に与えられ、都市人口が内生的に決定される open-city モデルを考える。本モデルでは効用分布を外生化することであるが、効用分布を与えることは任意の1地区の住宅地付け値分布を与えることと同等になる。また、収益間の相関係数は外生的に与えることができるものとする。

そこで、独立な方程式は、需用関数(7)と供給関数(11)を代入した均衡条件式(12)の*m*本、都市境界の条件式(13)、人口集計式(14)の合計*m*+2本となる。これに対して、適当なパラメータを仮定すれば、真の未知数は地区*i*の均衡人口 n_i^* の*m*個、均衡都市境界地区 m^* 、均衡都市人口 N^* の合計*m*+2個である。

ただ、*m*+2本の方程式と*m*+2個の未知数があるが、open-city モデルの場合の解法は、各地区ごとに n_i^* を求めることができるのできわめて簡単になる。これより、均衡都市人口（密度）、均衡土地利用構成比等を求めることができる。

6. おわりに

付け値分布と資産選択を考慮した2財多地区均衡モデルについて、open-city の場合について定式化をおこなった。同様に closed-city も検討できるが、この場合は収益平均と標準偏差を同時に未知数にすると非線形連立方程式は不定になるものと思われ、なんらかの工夫が必要になってくる。

なお、具体的な数値計算例は講演時に報告する予定である。

【参考文献】

1) 藤田昌久 「都市空間の経済学」