

非定常傾斜プルームの数値モデルⅡ

九州工業大学大学院 学生員 ○ 坂本 浩一

九州工業大学工学部 正 員 秋山壽一郎, 浦 勝

1. 序論

周囲水より密度の大きい流体が連続的に傾斜面上に放出されると、斜面上に沿って流下発達し、先端部と後続部よりなる傾斜プルームを形成する。本研究は、新たに実験研究によって得られた関係式(断面アスペクト比 $f(\theta)$ 、連行係数 E_e 、 E_d)を非定常な流入条件に対する傾斜プルームの数値モデル(秋山ら, 1991)に組み込み、著者らによって得られた実験式(U_{fc} , dh_f/dx , dh/dx)を用いてモデル定数を同定したものである。

2. 理論

傾斜プルームの定義図を図-1に示す。座標軸は流下方向に x 座標、これと直交上向き方向に y 座標を取る。以下、それぞれの領域に対して支配方程式を示す。

後続部の支配方程式：後続部については、連行量の評価を考慮した一次元非定常二層流としてモデル化を行う。 h を層厚、 B と U を断面平均浮力および流速とすると、基礎方程式は式(1)～(3)で与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Uh}{\partial x} = E_e U \cdots (1); \quad \frac{\partial f_2 Bh}{\partial t} + \frac{\partial BUh}{\partial x} = 0 \cdots (2); \quad \frac{\partial Uh}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hU^2 + \frac{f_2 Bh^2 \cos \theta}{2}) = f_1 Bh \sin \theta - f_b U^2 \cdots (3)$$

ここに、 E_e =連行係数、 f_b =底面抵抗係数、 $B=(\Delta\rho/\rho_a)g$ 、 g =重力加速度、 ρ_a =周囲水の密度、 $\Delta\rho$ =密度差。 f_1 および f_2 は次式で定義される形状係数であり、連行係数 E_e としては、Turner (1986)が提案した式に修正を加えた式(6)を使用する。

$$f_1 = \frac{1}{Bh} \int_0^\infty b dy \cdots (4); \quad f_2 = -\frac{1}{Bh^2} \int_0^\infty 2by dy \cdots (5); \quad E_e = (0.08 - 0.1R_i)/(1 + 7R_i) \cdots (6)$$

ここに、 b =局所浮力、 R_i =Overall Richardson数($=Bh \cos \theta / U^2$)。

形状係数 f_1 、 f_2 は x と t に対して独立と仮定し、式(1)と(2)の偏微分方程式を x - t 平面の1対の特性方程式と1対の全微分方程式に変形すると、式(7)および(8)が得られる。本研究では式(7)と(8)を解き、同時に式(2)を差分化し、式(2)、(7)、(8)を連立させて流速 U 、層厚 h 、浮力 B を解く方法を用いた。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{h + \lambda U}{\lambda} \cdots (7); \quad \frac{dU}{dx} + H \frac{dh}{dx} + G = 0 \cdots (8); \quad H = \frac{U + \lambda A_2}{h + \lambda U}; \quad G = \frac{A_1 + \lambda A_3}{h + \lambda U}; \quad \lambda = \frac{h}{U} \frac{D_3 \pm \sqrt{D_1}}{D_2};$$

$$D_1 = f_2 R_i; \quad D_2 = -f_2 R_i; \quad D_3 = 0.$$

先端部の支配方程式：先端部重心と共に移動する座標系を用い基礎方程式を導く。後続部からの高密度の流体の流入、強い渦運動のための周囲水の連行および流体塊の置き去りによる混合層への流出を考慮する。後続部から先端部へ供給される流量を q_i 、先端部における連行量を q_e 、先端部から出て行く流量を q_o とし、これらを式(9)～(11)のように仮定し、対応する浮力束 q_{bi} 、 q_{be} および q_{bo} は式(12)～(14)で与える。

$$q_i = h(U - U_f) \cdots (9); \quad q_e = E_d U_f L \cdots (10); \quad q_o = (h_f - h)(U_f - U_m) \cdots (11)$$

$$q_{bi} = Bh(U - U_f) \cdots (12); \quad q_{be} = 0 \cdots (13); \quad q_{bo} = B_m(h_f - h)(U_f - U_m) \cdots (14)$$

ここに、 E_d =先端部における連行係数、 h_f =先端部最大層厚、 L =先端部の長さ、 U_m =混合層の平均流速、 B_m =混合層の平均浮力、 U_f =先端部重心の移動速度。先端部の形状について、式(15)と(16)で定義される断面アスペクト比 $f(\theta)$ と断面面積比 $S(\theta)$ を導入する。

$$f(\theta) = h_f / L \cdots (15); \quad S(\theta) = A / (h_f L) \cdots (16)$$

ここに、 A =先端部の単位幅体積。

上記の諸関係を考慮すると、運動方程式、体積および質量保存式は式(17)～(19)で与えられる。先端移動速度 U_{fc} は、先端部移動速度 U_f と先端部の発達率との和で決定されると仮定すると、式(20)で表わされる。

$$\frac{d}{dt} [(1 + A_m) S(\theta) U_f h_f^2] = [g S(\theta) - 1 + S(\theta) B_f] h_f^2 \sin \theta + f(\theta) [k_b B_f (h_f^2 - h^2) \frac{\cos \theta}{2} - \frac{Bh^2}{2} \cos \theta + (1 + \frac{B}{g}) h (U - U_f)^2 - k_v^2 (1 + \frac{k_b B_f}{g}) (h_f - h) U_f^2 - C_d U_f^2 h_f] \cdots (17)$$

$$\frac{d}{dt} [S(\theta) h_f^2] = f(\theta) [(U - U_f) h - k_v U_f (h_f - h)] + E_d U_f h_f \cdots (18)$$

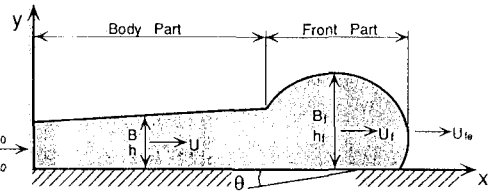


図-1 傾斜プルームの定義図

$$\frac{d}{dt}[S(\theta)B_f h_f^2] = f(\theta)[B(U - U_f)h - k_U k_B B_f U_f (h_f - h)] \quad \dots (19)$$

$$U_{fe} = U_f + \frac{1}{f(\theta)} \frac{dh_f}{dt} \quad \dots (20)$$

ここに、 A_m =付加質量係数、 C_d =抵抗係数、 k_U 、 k_B =流速および浮力の補正係数($k_U = 1 - U_m / U_f$ 、 $k_B = B_m / B_f$)。

$f(\theta)$ に関しては、広範囲の θ に対して得られた秋山ら(1993)の結果に基づく関係式を用いる。

$$f(\theta) = 0.00530 + 0.23 \quad \text{for } \theta = 5^\circ \sim 90^\circ \quad \dots (21)$$

一方、 $S(\theta)$ に関しては、広範囲の底面勾配を対象として、先端部形状を矩形と仮定し、 $S(\theta) = 1.0$ と置く。矩形形状に対する付加質量 M' および付加質量係数 A_m はそれぞれ式(22)、(23)で表われ、 P は近似的に式(24)で表わされる関数である。

$$M' = \rho_a \pi h_f^2 / 4 \quad \dots (22) \quad A_m = P \pi f(\theta) / 4 \quad \dots (23)$$

$$P = 2.433 - 2.585 f(\theta) + 2.205 f(\theta)^2 \quad \dots (24)$$

先端部の連行係数 E_d については、秋山ら(1993)によって得られた次の関係を用いた。

$$E_d = 0.0046(\theta + 10.0) \quad \dots (25)$$

3. 計算手法

後続部は Δx を初期層厚の10%、 Δt はクーロン条件を満足するように定め、式(2)、(7)、(8)を差分化し、上流端での境界条件 $[U(0, t), B(0, t), h(0, t)]$ を与え、上流から下流に向かって計算を進めた。先端部は後続部を解いて得られた値を先端部の境界条件として、式(17)～(19)の連立常微分方程式を4次のルンゲ・クッタ法で計算した。後続部と先端部での計算経過時間が同一である事実を考慮し、これを両領域の接続条件とした。

4. モデル定数の同定およびシミュレーション

まず、本モデルに含まれる未定係数 f_b 、 C_d および k_U を決定するためにモデルキャリブレーションを行った。 k_B については、先端部後方へ置き去られる流体塊の濃度は非常に小さいと仮定し、 $k_B = 0$ とした。本研究では、秋山ら(1993)によって得られた流れの確立領域を対象とした以下の条件によって未定係数を決定した。

$$\left. \begin{aligned} dh/dx &= 0.0009(\theta + 5) \\ dh_f/dx &= 0.0037\theta \\ U_{fe} &= U_{fe} / (q_0 B_0)^{1/3} = 1.34 \end{aligned} \right\} \quad \text{for } \theta = 5^\circ \sim 90^\circ$$

ここに、 q_0 =初期流量、 B_0 =初期浮力。

この計算の結果、底面傾斜角 θ に対する f_b 、 C_d および k_U の関係が図-2および図-3のように得られた。これらの関係を用いて、底面勾配が $\theta = 10^\circ$ の場合の先端部の層厚、浮力、流速およびOverall Richardson数の計算結果の一例を図-4に示す。また、式(26)で定義される無次元浮力と底面勾配との関係を図-5に示す。 B_f^* は流入条件に関わりなくほぼ一定となり、その値は底面勾配に対してほぼ直線的に減少することがわかる。

$$B_f^* = h_f^2 \frac{dB_f}{dx} / (q_0 B_0)^{2/3} \quad \dots (26)$$

5. 結論

モデルに含まれる未定のモデル定数を著者らの実験結果を用いて同定した。また、上流端での定常な流入条件($U_0 = 0.12 \text{ m/s}$ 、 $h_0 = 0.02 \text{ m}$ 、 $B_0 = 0.04 \text{ N/m}^2$)に対して傾斜ブルームのシミュレーションを行った。その結果、十分に発達した傾斜ブルームでは流下方向に R_f 一定、 U_f 一定、 $h_f \sim x$ 、 $B_f \sim x^{-1}$ および $B_f^* = \text{一定}$ となることがわかった。

6. 参考文献 1) 秋山ら(1991), 水工学論文集, vol. 35 2) 秋山ら(1993), 水工学論文集, vol. 37

3) Turner(1986), J. F. M. vol. 173

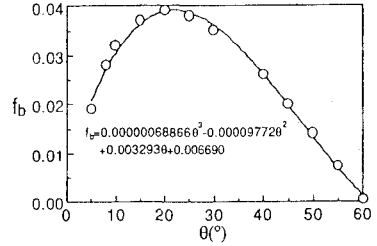


図-2 キャリブレーション結果(f_b)

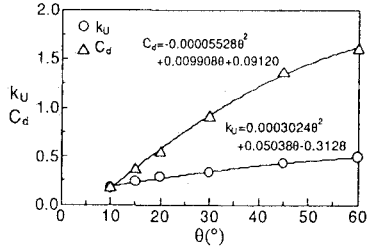


図-3 キャリブレーション結果(k_U, C_d)

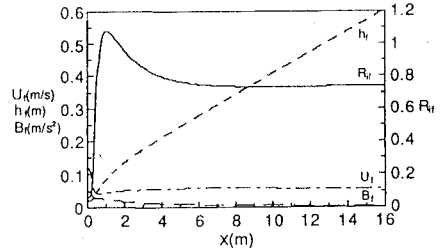


図-4 計算結果(先端部)
[底面勾配 $\theta = 10^\circ$]

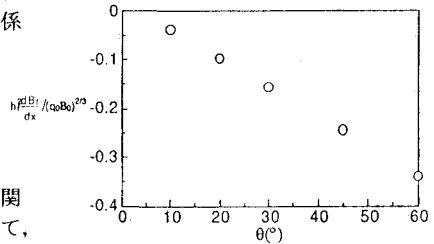


図-5 $B_f^* \sim \theta$ の関係