

水・底泥界面における乱れと物質移動速度

九州大学・正 員 中村 由行
九州大学・学生員 御子神 学
九州大学・正 員 小松 利光

1. 序 静止条件に比較して、水が流動状態にある場合には水・底泥界面での溶存物質の移動速度が一桁程度も大きくなることが広く知られている。底泥による酸素消費速度(SOD)はその好例である。これは、物質移動の事実上の抵抗となる濃度が急変する層、つまり濃度境界層が界面直上に形成されるためであると考えられている。底泥表面が水理学的に滑らかであれば、粘性底層が形成され、そこでは粘性の作用により乱れは極く小さいものに抑えられる。近年の乱流モデルの中には、粘性底層も含めた壁面近傍の乱れ構造を表現し得るものが提案されている。その中では低レイノルズ数 $k-\epsilon$ モデルが代表的なものである。そこで、本研究では低レイノルズ数モデルの考え方をを用い、界面での物質移動速度に関する一般的なモデル化を試みる。さらに本モデルの応用として底質への溶存酸素の移行(SOD)を取り上げる。

2. 水・底泥界面での乱流構造と物質輸送のモデル化

2.1 底面近傍でのエネルギー収支 簡単のために、底面は水理学的滑面であるとし、定常で一様な乱流境界層の界面のごく近傍の現象を対象とする。そこでは剪断力 τ は一定であり、かつ、物質の反応による生成・消失が無視し得るものとすれば物質のフラックス J も一定と見なすことができる。従って、 J 及び τ は

$$J = -(D + K_z) \frac{\partial C}{\partial z} \quad (1) \quad \tau = \rho u_*^2 = (\nu + \nu_t) \rho \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2)$$

と書くことができる。ここで D 、 K_z は分子及び乱流拡散係数、 ν 、 ν_t は動粘性係数及び渦動粘性係数、 C は物質の濃度、 U は流速、 ρ は水の密度、 z は界面を原点に鉛直上向きにとった軸、 u_* は摩擦速度である (図-1 参照)。

(1) 及び (2) 式において、問題となるのは K_z 及び ν_t の評価である。ここでは最近のモデル化の成功例として Nagano & Hishida²⁾ による低レイノルズ数モデルを取り上げる。

彼らによれば乱流エネルギー k に関する方程式は

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right] - \overline{u'w'} \frac{\partial U}{\partial z} - \epsilon + D_k = 0 \quad (\text{但し } D_k = -2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial z)^2) \quad (3)$$

で与えられ、 ν_t は以下の式で与えられる。

$$\nu_t = -\overline{u'w'} / \frac{\partial U}{\partial z} = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (\text{但し } f_\mu = \{1 - \exp(-z_+ / 26.5)\}^2) \quad (4)$$

我々の主要な関心は壁面のごく近傍にあるので、 $z \rightarrow 0$ ($z_+ \rightarrow 0$) における k や ϵ の挙動を求められればよい。そのためには、 k 方程式(3)の各項のバランスを考慮できれば十分である。以上の点を考慮し、本解析においては、 $z \rightarrow 0$ において、 k 及び ϵ が z のべき乗で変化し、流速分布は直線分布であると仮定し、

$$k \rightarrow a^2 z^n \quad \epsilon \rightarrow b z^m \quad \partial U / \partial z \rightarrow u_*^2 / \nu \quad (5)$$

の様におく。式(5)が任意の z について成り立つ条件は、

$$n = 2, m = 3 \quad (6) \quad \text{かつ} \quad \frac{8a^6 C_\mu u_*^2}{\sigma_k} + \frac{a^4 C_\mu u_*^6}{\nu^2} = A_\mu^2 \nu b^2 \quad (7)$$

が成り立つことである。以上の結果より、無次元化された ν_{*t} が以下のように求められる。

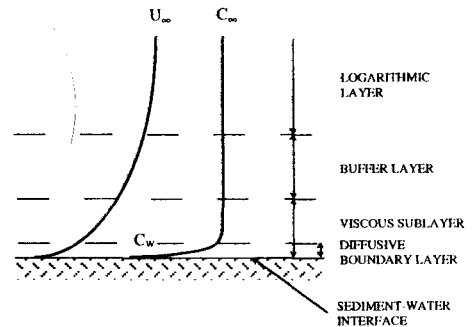


図-1 底泥直上の流速及び溶質の濃度分布の概念図

$$v_{t+} \equiv \frac{v_t}{v} = A_+ z_+^3 = \left(\frac{z_+}{12.8} \right)^3 \quad (8)$$

但し、モデル定数 $A_+ = 26.5$ 、 $\sigma_k = 2.0$ 、 $C_\mu = 0.09$ 、 $a_+^2 = 0.05$ (Patelら³⁾) を式(7)に用いた。

2.2 壁面(水・底泥界面)での物質移動速度 以上の解析により壁面近傍での v_t の分布が式(8)により与えられた。この結果をもとに、界面での物質移動フラックス J を求めてみよう。壁面及び壁面から十分離れた場所における物質の濃度 C_w 、 C_∞ を用いて濃度 C 、及びフラックス J を無次元化する(図-1参照)。

$$C_+ \equiv \frac{C(z) - C_w}{C_\infty - C_w}, \quad J_+ \equiv \frac{J}{u_* (C_\infty - C_w)} \quad (9)$$

両式を基礎式(1)に代入して変形すると

$$J_+ = - \left(\frac{1}{Sc} + \frac{v_{t+}}{Sc_t} \right) \frac{\partial C_+}{\partial z_+} \quad (10)$$

$$\left(\text{但し } Sc \equiv \frac{\nu}{D}, \quad Sc_t \equiv \frac{\nu_t}{K_z} \right)$$

が成り立つ。 $Sc_t = 1.0$ とおき、 v_{t+} に式(8)を用い、 z_+ について積分すると、フラックスを与える式が

$$J_+ = \frac{J}{u_* (C_\infty - C_w)} = -0.0645 Sc^{-2/3} \quad (11)$$

と求められる。また、任意の高さにおける濃度 C_+ は、次式で与えられる。

$$C_+ = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \ln \frac{\{z_+ + (Sc A_+)^{-1/3}\}^3}{z_+^3 + (Sc A_+)^{-1}} + \frac{3}{2\pi} \arctan \frac{2(Sc A_+)^{-1/3} z_+ - 1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{4} \quad (12)$$

式(11)は平滑な円管や平板における物質移動速度を与える式である。円管内乱流場の実験値と比較したのが図-2であり、理論式(11)は幅広い Sc 数に対して適用できる式であることが分かる。

3. 実水域における適用 一水・底泥界面での酸素移動フラックス(SOD)と溶存酸素(DO)濃度分布 近年、空間分解能の高い微小酸素電極が開発され、DOの精密な濃度分布が測定できるようになった。Joergensen & Revsbech⁴⁾ は、水槽内で流速の条件を数段階に変えて、DOの鉛直濃度分布を測定している。彼らの実験結果を理論式(12)と比較したものが図-3である。彼らの実験において水理条件は明確でないため、摩擦速度は実験値に適合する値を選んだ。そのため、厳密な比較はできないが、計算による分布は実測の分布をよく説明しているものと考えられる。

参考文献 1) Nakamura, Y. and Stefan, H.G.: J. Envir., Egn., ASCE (accepted), 1994.

2) Nagano, Y. and Hishida, M.: J. Fluids Eng., Trans. ASME, Vol. 109, pp. 156-160, 1987.

3) Patel, V.C., Rodi, W. and Scheuerer, G.: A Review: AIAA J., Vol. 23, pp. 1308-1319, 1984.

4) Joergensen, B.B. and Revsbech, N.P.: Limnology and Oceanography, Vol. 30, pp. 111-122, 1985.

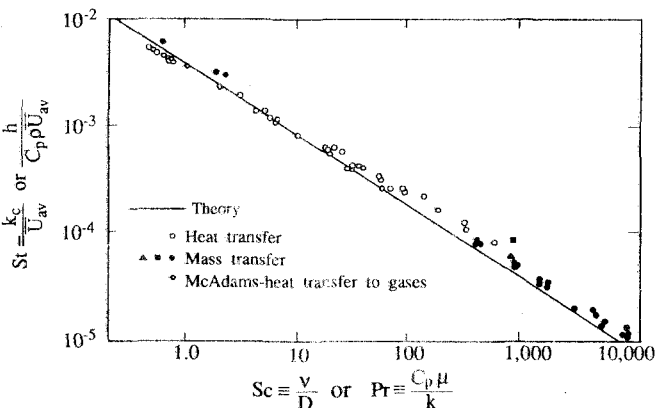


図-2 円管内乱流場に於ける物質移動速度の実験値とモデルによる計算値(式(11))の比較

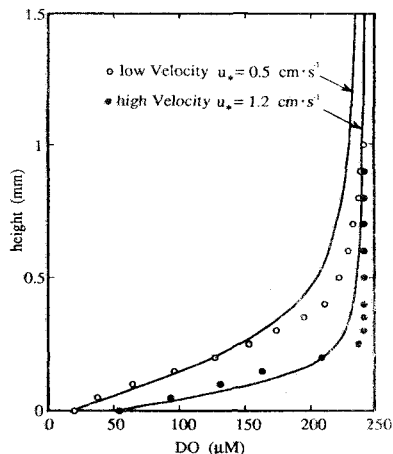


図-3 微小電極を用いた溶存酸素濃度分布実測値とモデルによる計算値の比較