

二成分波と没水構造物の非線形干渉解析法

九州大学工学部 学生員○高比良智成

正会員 吉田 明德

正会員 村上 啓介

1. まえがき

異なる周波数成分の波が存在する波の場においては、構造物と波（多成分波）との非線形干渉によって、成分波自身の高次成分のみでなく、各周波数成分間の干渉によって生じる周波数成分の波も励起される。本研究は、不規則波（多成分波）と構造物との非線形干渉を解析する簡便な方法を見いだす事を目的として行ったもので、本文は、最も基本的な2成分波の場合について、2次のオーダーまでの解析を、著者らが示したグリーン公式を用いる方法¹⁾を拡張して行った結果について述べたものである。

2. 理論解析

図-1 に示すような一定水深 h の海域にある構造物に x の正方向から1次の角周波数が σ_1 と σ_2 のストークス波が入射する。ここで、基準とする波の角周波数を σ 、波数を k 、1次のオーダーの振幅を ζ_0 とし、速度ポテンシャル ϕ が微小パラメーター $\varepsilon (= k\zeta_0)$ を用いて次のように摂動展開できるものとする。

$$\Phi(x, z, t) = \frac{g}{k\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \varphi^{(n)}(x, z, t)$$

自由表面境界条件より、1次のオーダーのポテンシャル $\varphi^{(1)}$ と2次のオーダーのポテンシャル $\varphi^{(2)}$ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \varphi^{(1)}(x, z, t) &= \text{Re} \left[\phi_1^{(1)} e^{i\sigma_1 t} + \phi_2^{(1)} e^{i\sigma_2 t} \right] \\ \varphi^{(2)}(x, z, t) &= \text{Re} \left[\phi_0^{(2)} + \phi_{11}^{(2)} e^{i(2\sigma_1)t} + \phi_{22}^{(2)} e^{i(2\sigma_2)t} \right. \\ &\quad \left. + \phi_{12}^{(2)} e^{i(\sigma_1+\sigma_2)t} + \phi_{12}^{(2)*} e^{i(\sigma_1-\sigma_2)t} \right] \end{aligned}$$

ここで、 $\phi_l^{(1)}$ 、 $\phi_{nm}^{(2)}$ は Laplace 方程式を満足する無次元複素関数（ポテンシャル関数）である。図-1 のように、流体域を $x = \pm b$ における仮想境界面によって (+1), (0), (-1) の領域に分割する。反射側領域 (+1)、通過側領域 (-1) における1次、および2次の水面境界条件を満足する Laplace 方程式の一般解は、領域 (+1) の和の周波数成分 $\phi_{12}^{(2)}(x, z)$ を例にとると次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \phi_l^{(1)}(x, z) &= \{a_l e^{ik_l x} + A_l e^{-ik_l x}\} Z(k_l, z) \quad (l=1, 2) \\ \phi_{12}^{(2)} &= A_{12}^{(2)} Z(k_{12}^{(2)}, z) e^{-ik_{12}^{(2)} x} \\ &\quad + i c_{s1} \{a_1 a_2 e^{ik_{12} x} + A_1 A_2 e^{-ik_{12} x}\} Z(k_{12}, z) \\ &\quad + i d_{s1} \{a_1 A_2 e^{i\bar{k}_{12} x} + A_1 a_2 e^{-i\bar{k}_{12} x}\} Z(\bar{k}_{12}, z) \end{aligned}$$

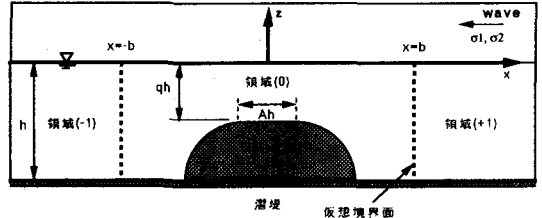


図-1: 計算対象領域

ただし、 $Z(k, z) = \cosh k(z+h)/\cosh kh$ を表し、 $k_{12} = k_1 + k_2$ 、 $\bar{k}_{12} = k_1 - k_2$ である。 $k_1, k_2, k_{12}^{(2)}$ は、それぞれ、角周波数 $\sigma_1, \sigma_2, (\sigma_1 + \sigma_2)$ に対応する、分散関係式で決まる入射波の波数である。係数 a_1, a_2 はそれぞれ、角周波数 σ_1 と σ_2 に対応する入射波の振幅と位相を表す複素係数で、係数 $A_1, A_2, A_{12}^{(2)}$ は反射波を表す複素係数である。また、 c_{s1}, d_{s1} は、 σ_1, σ_2 によって定まる定数である。

図-1 のような閉領域 (0) では、調和関数 $\phi(x, z)$ に関して次のグリーンの定理が成り立つ。

$$\phi(x, z) = \frac{1}{\sigma} \int_D \left\{ \phi(x_b, z_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G(r) - G(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(x_b, z_b) \right\} ds$$

ただし、 $G(r)$ は Laplace 方程式の基本解 $\log r$ で、 r は領域内の点 (x, z) と境界上の点 (x_b, z_b) の距離で、 α は $\pi, 2\pi$ の値をとる。境界 D を N 個の小線要素 ΔS_j に分割し、小線要素上の ϕ を一定として離散化し、これに水面および構造物境界での境界条件と、領域の解析解より得られる仮想境界上の境界条件を用いると、境界要素上のポテンシャル関数値と複素係数 ($A_1, A_{12}^{(2)}$ 等) に関する連立一次方程式が各周波数成分ごとに得られる。まず1次のオーダーの解を求め、ついでこれを用いて2次のオーダーの解を求めると、水面波形、圧力が算定される。**3. 計算例と計算結果**

計算は、入射波のそれぞれの一次の振幅が等しく ($\zeta_0 = 0.05h$)、初期位相が同位相である (σ_1, σ_2) の組について σ_1 に対応する波数 k_1 を $k_1 h = 1.0$ に固定し、 σ_2 を変化させた計算を行った。境界分割幅を $\Delta S_j = 0.1h$ とし、構造物の諸寸法を表-1の条件として解析した。図-2~6は二次のオーダーの自由波成分のうち周波数成分 $2\sigma_2, (\sigma_1 + \sigma_2), (\sigma_1 - \sigma_2)$ の波について、通過側領域 (-1) の仮想境界面近傍での水面変動量 $|\zeta/\zeta_0|$ 、潜堤天端上 $x = 0$ の位置における流体変動圧力 $|P/\rho gh|$ をプロットしたものである。図-2, 3は Case1 の結果を示しており、成分波間の干渉によって生じた ($\sigma_1 + \sigma_2$) の成分の波が2倍周波数 ($2\sigma_2$) 成分の2倍

程度となることがわかる。図-3の圧力をみると差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ の成分の圧力は、入射波2成分の周波数が近い場合にはそれほど大きくないが、波数 k の差がひらくにつれ増大し、単一成分の波が入射する場合の2次の圧力よりも大きくなることわかる。

表-1: 計算に用いた天端長 Ah , 天端水深 qh の条件

	$A = 1$	$A = 2$
$q = 0.7$	Case1	Case3
$q = 0.8$	Case2	Case4

図-4~6は各倍周波数成分の水面変動を各 Case についてプロットしたものである。これを見ると図-5の和の成分は、天端水深 qh が浅く、天端長 Ah が長くなるほど増大するが、成分波自身の倍周波数成分に較べて、成分波の波数比が増大しても、 $\zeta^{(2)}$ はほぼ一定値を取る。このことは、波数比の増大に伴い、倍周波数成分の波が構造物に較べて相対的に小さくなり、非線形干渉の程度が小さくなるためと考えられる。一方、図の差の成分に関しては、波数の差が大きくなるに従って非線形干渉の効果は大きくなるが、その程度は倍周波数成分や和の成分に比較して小さいことがわかる。

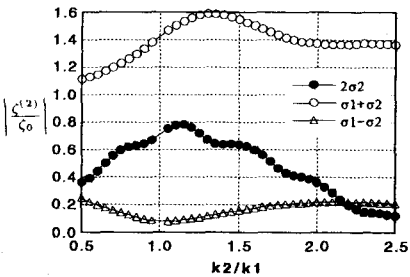


図-2: 水面変動 $|\zeta_{(2)}/\zeta_0|$ (Case1)

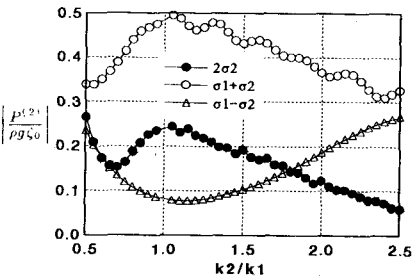


図-3: 変動圧力 $|P_{(2)}/\rho g \zeta_0|$ (Case1)

4. あとがき

今後は水槽実験で計算の妥当性を検証し、水槽実験との比較を行う予定である。

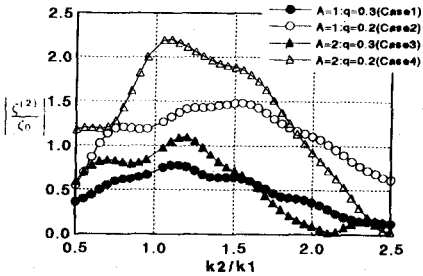


図-4: $(2\sigma_2)$ 成分波の水面変動

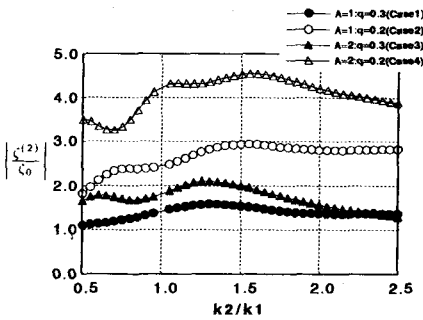


図-5: $(\sigma_1 + \sigma_2)$ 成分波の水面変動

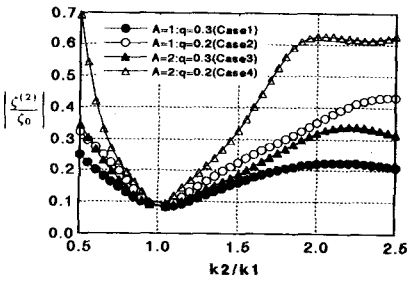


図-6: $(\sigma_1 - \sigma_2)$ 成分波の水面変動

参考文献

1) 吉田明徳ら (1989): グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 第 36 回海岸工学講演会論文集, pp.469~473.