

ポーラス境界条件について

長崎大学工学部 正員 余 錫平

1. 序言 沿岸波浪場の数値計算は、海岸構造物の設計および海岸地形変化の予知に不可欠であるため、これに関する研究が近年盛んに行なわれ、数多くの計算モデルが提案されている。しかし、これらのモデルを実際問題に適用する際、まだいろいろな問題点がある。その一つはポーラス構造物の取り扱いである。ポーラス構造物に関して、実験あるいは経験で得られた反射率・透過率を用いて処理する従来の手法はあるが、構造物による波の位相の吸収が完全に無視されたため、その手法の妥当性は不明である。また、位相の影響は必ずしも無視できない指摘も実にあった (Hotta, 1980)。そこで本研究では、より厳密なポーラス構造物の取り扱い方法を提案し、実験データに基づいてその方法の妥当性を検証する。

2. ポーラス境界条件の誘導 図1で示しているような、任意方向の波がポーラス構造物に作用する場合を考える。構造物の幅は b とし、ポーラス媒体における波運動の y および z 方向での代表的な長さは λ とする。仮定として $\epsilon = b/\lambda \ll 1$ を用いるが、これは、物理的に微小幅の構造物だけを対象とすることを意味する。

ポーラス構造物における流体運動の基礎方程式に関して Sollitt・Cross (1972) が提案した次式がある。

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\frac{\nabla P}{\rho} - f\sigma \mathbf{U} - C_m \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \quad (2)$$

図1: ポーラス境界の定義図

ただし、 $\mathbf{U}$ は流速ベクトル、 P は圧力、 ρ は流体密度、 σ は波運動の角周波数であり、 γ 、 f 、 C_m はそれぞれポーラス媒体の空隙率、線形抵抗係数および付加質量係数である。波運動は時間の正弦関数であるとする、 $\mathbf{U}$ と P に対して、 $\{\mathbf{U}, P\} = \{u, p\} e^{-i\sigma t}$ のように表示できる。よって、式(1)および(2)から次の u と p に関する方程式が導かれる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3) \quad \nabla p + \rho\sigma R \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

ただし、 $R = f - i[1 + C_m(1-\gamma)/\gamma]$ は複素数のポーラス媒体抵抗係数である。

ポーラス媒体における波運動の x 方向での代表的な長さ b は微小であるため、流速と圧力の x 方向への勾配がそれらの y および z 方向への勾配よりオーダー的に大きいのは分かる。それで、式(3)および(4)が次式のように近似できる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5) \quad \frac{\partial p}{\partial x} + \rho\sigma R u = 0 \quad (6)$$

ただし、 u は x 方向の流速成分である。式(5)は x 方向に u が一定であることを意味する。従って、式(6)が x 方向に積分できる。積分の結果に、 $x=0$ および $x=b$ での接続条件、すなわち、質量および圧力の連続条件を取り込むと、次式が得られる。

$$u_0 = u_b = -\frac{\gamma}{\rho\sigma b R} (p_b - p_0) \quad (7)$$

ここに、下添字 0 と b はそれぞれ $x=0$ と $x=b$ でのポーラス構造物外側の値を表す。構造物は微小幅であるため、式(7)は $x=0$ の位置に適用してもよい。これにポーラス媒体外側の流体運動は非回転運動である場合、さらに、線形化されたベルヌイの方程式 $p = i\rho\sigma\phi$ も考えると、式(7)は $x=0$ の両側、つまり、 $x=0^\pm$ での速度ポテンシャルを用いて次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{0^-} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{0^+} = -ikG(\phi_{0^+} - \phi_{0^-}) \quad (8)$$

ただし、 k は波数、 $G = \gamma/kbR$ はポーラス構造物の特性を表すパラメータである。 G は複素数であり、その実数部分は構造物の抵抗に、虚数部分は構造物の慣性効果に関係する。式(8)は定式化した微小幅のポーラス構造物における境界条件である。

3. ポーラス境界条件の検証 ポーラス境界条件(8)を検証するために、図2で示しているような断面2次元問題を考察する。ポーラス媒体外において、非粘性非圧縮流体の非回転運動を仮定し、波運動の速度ポテンシャル Φ を定義する。 Φ が時間の正弦関数である、つまり、 $\Phi = \phi e^{-i\sigma t}$ とすると、 ϕ に関して次のような基礎方程式および境界条件が導かれる。

$$\nabla^2 \phi_1 = 0, \quad \nabla^2 \phi_2 = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_1 = 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_2 = 0 \quad (z = 0) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\phi_1 - \phi_0)}{\partial x} = -ik(\phi_1 - \phi_0), \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = ik\phi_2 \quad (x = \mp\infty) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = -ikG(\phi_2 - \phi_1) \quad (x = 0) \quad (13)$$

ここに、下添字 1 および 2 はそれぞれ領域 1 および領域 2 における値を表す； ϕ_0 は入射波のポテンシャルである。微小振幅波理論より、

$$\phi_0 = A_0 \mu(z) e^{ikx} \quad (14)$$

ただし、 $A_0 = gH_0/2\sigma$ (H_0 = 入射波高、 g = 重力加速度)、 $\mu(z) = \cosh k(h+z)/\cosh kh$ 。式 (9)–(13) を満たす ϕ_1 および ϕ_2 の解は変数分離法で次式のように得られる。

$$\phi_1 = A_0 \mu(z) \left(e^{ikx} + \frac{1}{1+2G} e^{-ikx} \right) \quad (15)$$

$$\phi_2 = A_0 \mu(z) \frac{2G}{1+2G} e^{ikx} \quad (16)$$

波高は速度ポテンシャルと比例するため、式 (15)、(16) および (14) からポーラス構造物による反射率 K_r および透過率 K_t が次のように求められる。

$$K_r = \left| \frac{1}{1+2G} \right|, \quad K_t = \left| \frac{2G}{1+2G} \right| \quad (17)$$

図 3 および 4 は、反射率および透過率の解析解 (17) と実験データとの比較を示している。実験データは Kondo・Toma (1972) が収集したもので、実験条件は表 1 にまとめている。解析解において、従来の研究を参考したうへ、 $f = 2.0$ 、 $C_m = 0$ としている。実験データと解析解とほぼ一致するのはこれらの図から分かる。

4. 結論 Sollitt・Cross (1972) が提案したポーラス媒体における波運動の基礎方程式より、微小幅のポーラス構造物における境界条件を定式化した。定式化した境界条件を断面 2 次元問題に適用した結果、その妥当性が検証された。

参考文献 1) Hotta, S. (1980).

Proc. ICCE, 214–240. 2)

Kondo, H., and Toma, S. (1972).

Proc. ICCE, 1847–1866. 3)

Sollitt, C. K., and Cross, R.

H. (1972). Proc. ICCE, 1827–

1846.

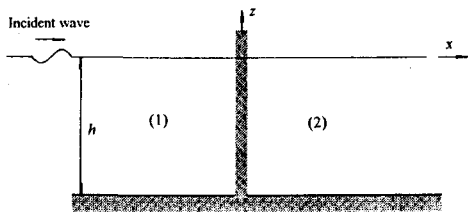


図 2: 断面 2 次元ポーラス構造物の定義図

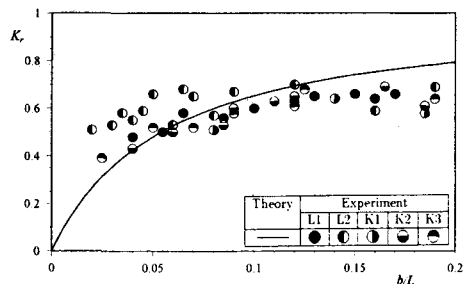


図 3: 反射率の解析解と実験データとの比較

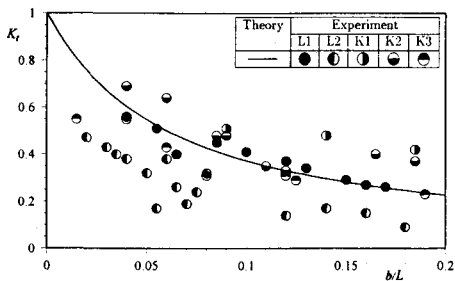


図 4: 透過率の解析解と実験データとの比較

表 1: 実験条件

ケース	実験者	水深 (cm)	材料	粒径 (cm)	堤幅 (cm)	波高 (cm)
L1	LeMehaute	100	捨石	1.8	24, 42, 62	6.0
L2				5.9	44, 84, 124	
K1	Kamel	30.5	球体	6.3	30.5, 61.0, 99.4	3.0
K2				2.5		
K3				1.6		