

港湾における潮流数値解析に関する一考察

佐賀大学理工学部 学 山口 将一
 佐賀大学理工学部 正 大串浩一郎
 佐賀大学理工学部 正 岸原 信義

1. はじめに

有限要素法や差分法などの数値計算により波浪や潮流の非定常解析を行う場合、通常、境界条件として開境界で周期的な水位もしくは流速が与えられている。しかしながら、入射波として与えられるそのような波は、海岸線などの陸地境界で反射し、開境界において入射波との整合が取れず再度反射し、内部領域の計算解を乱すことがある。谷本・小舟¹⁾は、開境界における入射波と反射波の干渉をなくした無反射境界を導入し、開境界の外側に計算節点を設けて差分法による波浪解析を行った。児玉・川原^{2,3)}は、これを有限要素法に応用し、開境界の内側にFEM計算領域を設けて無反射性開境界条件の処理を行っている。

本研究では、児玉・川原の手法をもとに、陸地境界で反射した波と入射波の干渉をなくした無反射性境界を用いて、非線形項を含んだ基礎式の差分法による数値解析に応用したので報告する。

2. 解析方法

基礎式として以下のような水深方向に積分した連続の式、運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (h + \zeta) U \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (h + \zeta) V \} = 0 \quad (1) \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_{0x}}{h + \zeta} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\tau_{0y}}{h + \zeta} \quad (3)$$

ここで、 U 、 V は、 x 、 y 方向の平均流速、 ζ は水位変動量、 h は水深、 τ_0 は海底摩擦力である。なお、水平渦動粘性や水表面摩擦、コリオリ力は無視している。

次に、開境界において無反射性とするため次のような方法を用いた。簡単のため開境界での y 方向流速成分を無視して、 x 方向流速 U と水位変動量だけを考える。開境界上、例えば (x_0, t_0) での流速と水位は、以下のように入射波成分と反射波成分の和で表すことができる。

$$U(x_0, t_0) = U_I(x_0, t_0) + U_R(x_0, t_0) \quad (4)$$

$$\zeta(x_0, t_0) = \zeta_I(x_0, t_0) + \zeta_R(x_0, t_0) \quad (5)$$

ここで、 I は入射波成分、 R は反射波成分を示している。ここで入射波成分は各 (x, t) で既知であるから開境界より $2\Delta x$ 内側における反射波成分は次式で表すことができる。

$$U_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) = U(x_0 + 2\Delta x, t_0) - \frac{g}{c} \text{Asin} \{ k(x_0 + 2\Delta x) - \omega t_0 \} \quad (6)$$

$$\zeta_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) = \zeta(x_0 + 2\Delta x, t_0) - \text{Asin} \{ k(x_0 + 2\Delta x) - \omega t_0 \} \quad (7)$$

ここで、 c は長波の波速、 k は波数、 ω は角振動数である。なお、 Δx は計算格子間隔 Δs とは異なるので、その反射波成分は特性曲線法と内挿多項式を用いて推定した。もし、 $\Delta x = c \Delta t$ を満足するような Δx を選べば、開境界における U 、 ζ は次式で求めることができる。

$$U(x_0, t_0 + 2\Delta t) = U_I(x_0, t_0 + 2\Delta t) + U_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) \\ = \frac{g}{c} \text{Asin} \{ kx_0 - \omega(t_0 + 2\Delta t) \} + U_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) \quad (8)$$

$$\zeta(x_0, t_0 + 2\Delta t) = \zeta_I(x_0, t_0 + 2\Delta t) + \zeta_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) \\ = \text{Asin} \{ kx_0 - \omega(t_0 + 2\Delta t) \} + \zeta_R(x_0 + 2\Delta x, t_0) \quad (9)$$

3. モデル計算

以上の手法の検証のため、長さ $L=100\text{m}$ 、水深 $h=20\text{m}$ の長方形断面開水路において重複波の数値シミュレーションを行った。開境界において、振幅 $A=1\text{m}$ 、周期 $T=1\text{s}$ の $\sin$ 波を入射波として与え、 $\Delta t=0.04\text{s}$ 毎に流速、水位変動量を求めた。空間メッシュサイズは、 $\Delta s=1\text{m}$ である。比較のため、開境界外側を用いて差分で求める方法(A法)、特性曲線法を用いて開境界内側で1次内挿(B法)、3次内挿(C法)より求める方法について検討した。その各々について開境界における500s間の時間的変化を図-1から図-3に示す。C法の場合は定常状態に達する様子をうまく再現できているが、差分誤差の影響が残るA法ではなかなか定常解が得られないのが分かる。また、近似精度の低いB法でも定常状態に近い状態が結果として得られたがC法よりも収束は遅いようである。図-4は、C法の計算で得られたある時間のx軸上のどの分布が示されている。

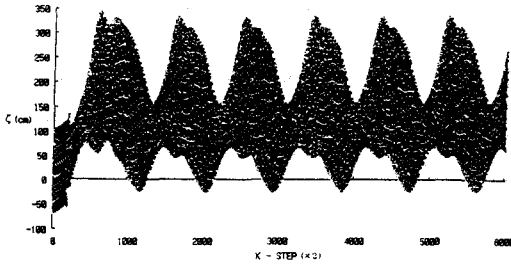


図-1 境界外側の反射波計算による境界上のどの時間的変化

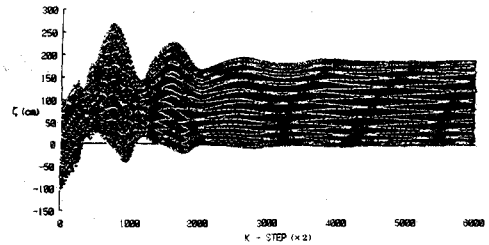


図-2 境界内側の反射波計算による境界上のどの時間的変化(1次関数内挿)

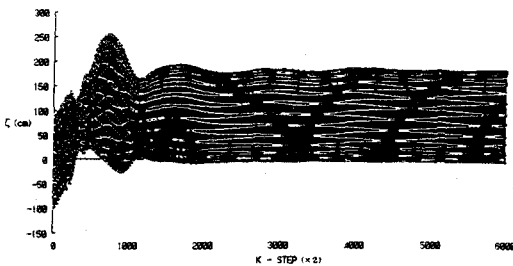


図-3 境界内側の反射波計算による境界上のどの時間的変化(3次関数内挿)

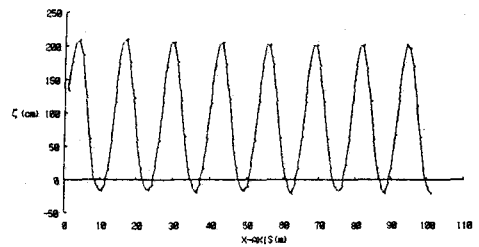


図-4 境界内側の反射波計算によるどの場所的な分布(3次関数内挿)

4. 結論

以上の結果より、無反射性開境界条件の処理に際しては、特性曲線法を利用し境界内側に3次内挿曲線を用いたC法が、これらの計算法の中では最も適切であることが分かった。港湾等において波浪や潮流の計算を行う場合、入射波の条件が分かっていない場合は、結果として得られる重複波の振幅と実測値を比較して決める必要があるであろう。

参考文献

- 1) 谷本勝利・小舟浩治：数値波動解析法による港内波高分布の計算、第22回海岸工学講演会論文集(1975)
- 2) 児玉敏雄・川原睦人：有限要素法による潮流解析における入射境界条件の処理、第44回年次学術講演会 概要集(1989)
- 3) 児玉敏雄・川原睦人：潮流の非定常有限要素法解析における開境界条件の処理、第45回年次学術講演会概要集(1990)
- 4) 伊東剛編：数値計算の応用と基礎、アテネ出版(1971)