

## ケーブルに現れる分岐挙動の解析

長崎大学工学部 学生員 ○山口健市

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 松野進

長崎大学工学部 学生員 鎌田智之

1. まえがき ケーブルの非線形応答は、付随型と分岐型に分類される。付随型の応答は、今日かなり明確になっているが、特定の振動数領域内でのみ存在する分岐型の応答は、まだ十分に解析されていないようである。分岐型の問題の一つに、面内対称加振による面内逆対称分岐応答がある。一例として、藤野らは風洞実験において、8字型ケーブルがギャロッピングを起こしたとき、発現モードが対称から逆対称へ転移することを確認している<sup>1)</sup>。著者らは、逆対称振動が生じる不安定領域が存在することを示し不安定領域の境界および不安定領域の非線形応答も明らかにしている。本研究では、ケーブルの非線形運動方程式にGalerkin法を適用した後、調和バランス法を用いて境界線上の分岐応答解析を行い、対称・逆対称非線形応答を明らかにする。さらに、カオスの挙動の存在の可能性を検討する。

2. 解法 面内加振を受けるケーブルの面内の非線形運動方程式は、Galerkin法を適用すると、次式で与えられる。

$$m_n^i \ddot{P}_n + k_n^i \dot{P}_n + k_{j=1}^2 \sum_{e=1}^n k_{je} i^n P_j P_e + \frac{1}{2} k_{j=1}^2 \sum_{e=1}^n \sum_{m=1}^n k_{jem} i^n P_j P_e P_m = 8\gamma^* f_n^i \cos \omega \tau \quad (1)$$

ここに、 $n=1, 2, \dots, m_n^i, \dots, f_n^i$ : Galerkin法による積分項、 $k$ : 縦波一横波伝播速度比。

上式において  $P_j$  は、ケーブルの支点間水平距離  $l$  で無次元化され、時間については、対応する弦の1次の固有円振動数の逆数で無次元化されている。また、 $\omega$  は、弦の1次固有円振動数で無次元化した無次元加振円振動数である<sup>2)</sup>。

面内対称加振を受ける水平ケーブルの面内対称1次振動の基準座標を  $P$ 、逆対称1次振動の基準座標を  $Q$  とすれば、次のような非線形微分方程式が得られる<sup>2)</sup>。

$$P + 2h_1 \sqrt{a_1 P + a_1 P + b_1 P^2 + c_1 Q^2 + d_1 P^3 + e_1 P Q^2} = f_1 p \cos \omega \tau \quad (2)$$

$$\ddot{Q} + 2h_2 \sqrt{a_2 Q + a_2 Q + (b_2 P + c_2 P^2 + d_2 Q^2)} Q = 0 \quad (3)$$

ここに、 $a_1 \sim f_1, a_2 \sim d_2$ : ケーブルのサグ比  $\gamma$ 、縦波一横波伝播速度比  $k$  で定まる定数、 $h_1, h_2$ : 対称および逆対称振動の減衰定数、 $p$ : 分布荷重強度。

式(3)の分岐解には、加振振動数  $\omega = 2\omega_0$  ( $\omega_0$ : 面内無次元固有振動数) 付近に生じる無次元周期  $2T (=4\pi/\omega_0)$  をもつ主不安定領域および  $\omega = \omega_0$  付近に生じる周期  $T$  をもつ副不安定領域が重要であることから、式(2)および式(3)の解を次のように仮定することができる。

$$P = \frac{c_0}{2} + c_1 \cos \omega \tau + s_1 \sin \omega \tau \quad (4)$$

$$Q = \frac{\bar{c}_0}{2} + \bar{c}_{1/2} \cos \frac{\omega \tau}{2} + \bar{s}_{1/2} \sin \frac{\omega \tau}{2} + \bar{c}_1 \cos \omega \tau + \bar{s}_1 \sin \omega \tau \quad (5)$$

ここに、 $c_0, c_1, s_1$ : 付随型の振幅成分、 $\bar{c}_0, \bar{c}_{1/2}, \bar{s}_{1/2}, \bar{c}_1, \bar{s}_1$ : 分岐型の振幅成分 ( $\bar{c}_{1/2}, \bar{s}_{1/2}$ : 主不安定領域、 $\bar{c}_1, \bar{s}_1$ : 副不安定領域)。

式(4), (5)を式(2), (3)に代入して、調和バランス法を適用すれば、未定定数を求める連立非線形代数方程式が得られる。これにNewton-Raphson法を用いて、適当な初期値のもとに解けば、必要な解が得られる。

また、式(2), (3)を4元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法を適用して直接数値積分すれば、時間応答波形が得られる。初期条件としては、逆対称振動に対して微小振動の外乱を与える。

4. 数値結果 図-1、2には、サグ比  $\gamma=0.001, 0.1$ 、縦波-横波伝播速度比  $k=30$ 、減衰力がない場合について示す。それぞれ横軸は無次元加振振動数、縦軸は振幅成分である。ケーブルの面内付随応答と逆対称分岐応答を示した。荷重強度を静的応答が1/1000となるように設定している。応答振幅の大小によって、非線形項の効きかたおよび不安定領域の幅が異なるために、静的な場合と同じ振幅となるようにした。振幅の定義として、次のような合成振幅を用いる。すなわち、 $\sqrt{c_1^2+s_1^2}$ (付随応答)、 $\sqrt{\bar{c}_{1/2}^2+\bar{s}_{1/2}^2}$ (主不安定領域の分岐応答)、 $\sqrt{\bar{c}_1^2+\bar{s}_1^2}$ (副不安定領域の分岐応答)。減衰がない場合には、対称付随応答 $c_1$ は、あらゆる振動数領域で生じ、実線が外力と同位相の応答、破線が逆位相の応答を示している。しかし、逆対称分岐応答は、主不安定領域( $\omega \approx 2\omega_a$ ;  $\omega_a$ : 無次元逆対称振動数)と副不安定領域( $\omega \approx \omega_a$ )の狭い振動数領域でのみしか生じない。

これらの図には、Runge-Kutta-Gill法より得られた時間応答波形が、定常となつてからの応答振幅をプロットし、解析解と比較した。ここで、○は、対称付随応答、△は、逆対称分岐応答の値を表す。これより、両者は、ほぼ一致することが確かめられる。サグ比  $\gamma=0.1$ の場合は、逆対称分岐応答の発生領域が、サグ比  $\gamma=0.001$ と比して広いので数値シミュレーションによる分岐解は現れるが、後者は、逆対称分岐応答の発生領域が狭いので現れにくい。

図-3には、図-2と同じサグ比 $\gamma=0.1$ で荷重強度を静的応答が2/1000になるように設定した応答を示した。荷重強度が、大きくなると逆対称分岐応答の発生領域、対称付随応答の不安定領域は、広くなる。

5. まとめ 今回の研究では、ケーブルの対称加振による対称付随、逆対称分岐応答の解析解を求め、数値シミュレーションによる解と比較を行った。面内対称加振による逆対称分岐応答の発生領域は、サグ比、荷重強度によって異なり、ケーブルでは、弦に比べて著しく広くなる傾向がある。その他の特性については、当日発表する。

参考文献 1) 藤野・大島・Phoonsak, P.・山口: 土木学会第43回年次学術講演会、第I部、1988。

2) 高橋・白石: 構造工学論文集、Vol.36A、1990

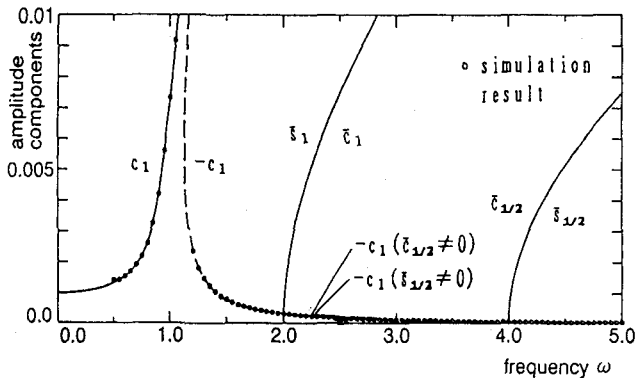


図-1 対称および逆対称分岐応答 ( $\gamma=0.001, p=0.975$ )

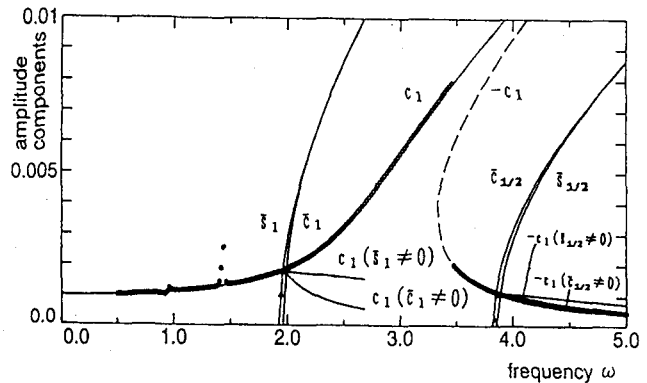


図-2 対称および逆対称分岐応答 ( $\gamma=0.1, p=1.110$ )

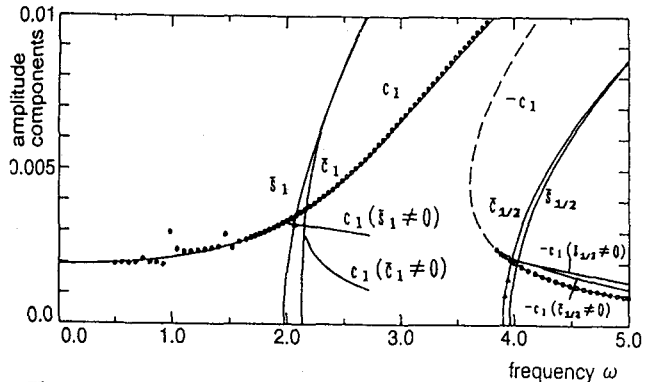


図-3 対称および逆対称分岐応答 ( $\gamma=0.1, p=2.220$ )