

偏平ケーブルの非線形振動に現れるカオスの挙動の解析

長崎大学工学部 学生員 ○松野 進 長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
長崎大学工学部 学生員 鎌田智之

1. まえがき ケーブルの運動方程式には、2次と3次の非線形項が含まれている。面内荷重が作用する場合、分岐応答の一つである分数調波共振において、1/2分数調波共振¹⁾や高調波共振領域の n/m ($n>m$)分数調波共振が卓越し、その近傍でカオスの振動が発生する。しかし、このようなカオスの振動に対して、解析的手法では対応できないため数値シミュレーションを行う必要がある。著者らは、前回の報告²⁾で偏平ケーブルの運動方程式を対称振動のモードを持つ1自由度の振動系にモデル化し、1/2分数調波共振近傍で発生するカオスの振動において主にサグ比、荷重強度の影響を検討した。ついで、本研究では、1/2分数調波共振近傍で発生するカオスの振動をサグ比、縦波・横波伝播速度比、荷重強度をパラメーターとして数値解析によって評価する。さらに、偏平ケーブルのカオスの振動に及ぼすパラメーターの影響を明らかにする。また、高調波共振領域のカオスの振動の検討も行い、以上のことから得られたカオスの振動をもとにカオスの振動に至る道筋についても検討する。

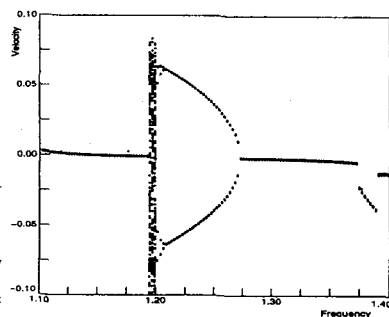
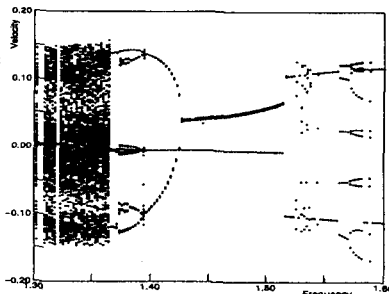
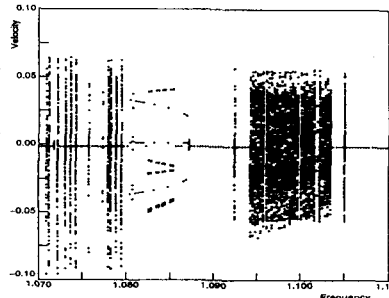
2. 解法 偏平ケーブルが周期荷重を受ける運動方程式の解を1自由度系モデルで変数分離形に仮定する。さらにGalerkin法を適用し粘性減衰力を考慮すると、次式が得られる。

$$\ddot{T} + 2h\omega_1\dot{T} + \omega_1^2 T + C_2 T^2 + C_3 T^3 = \bar{p}_0 \cos \bar{\omega} \tau \quad (1)$$

ここに、 $\omega_1 = \pi_1 / \pi n_0$ ：第1次の無次元固有円振動数、 $n_0 = \sqrt{H_e / \pi^2 / m l^2}$ ：弦の1次の固有円振動数、 π_1 ：ケーブルの1次の固有円振動数、 $\xi = x / l$ 、 $C_2 = 12 \gamma l_b l_c l_d$ 、 $C_3 = l_b^2 l_d / 2$ 、 $\bar{p}_0 = p_0 l l_c / H_e l_a \pi^2$ 、 $l_a = \int_0^1 W^2 d\xi$ 、 $l_b = \int_0^1 W'^2 d\xi$ 、 $l_c = \int_0^1 W d\xi$ 、 $l_d = k^2 / (1 + 8 \gamma^2) l_a \pi^2$ 、 W ：固有振動形、 h ：減衰定数、 $\tau = n_0 t$ 、 $\bar{\omega} = \Omega / n_0 \gamma = f / l$ ：サグ比、 $k = \sqrt{EA / H_e}$ ：縦波・横波伝播速度比

1/2分数調波共振を求めるために、式(1)の解をフーリエ級数の形に仮定し、調和バランス法を適用すれば、未定定数を求めるための連立非線形代数方程式を得る。これに、Newton-Raphson法を用い、適当な初期値のもとに解けば、解が得られる。

3. カオスに至る道筋 偏平ケーブルにおいて加振振動数をパラメーターとして系全体、または非線形部のエネルギーを大きくすると系の挙動は周期的振動からカオスの振動に変化して行く。カオスの挙動の判定法には、時系列、位相図、ポアンカレ写像、パワースペクトル、リアプノフ指数、分岐図、自己相関関数等があり、カオスを解析する上で基本的な方法である。現在カオスに至る道筋には数種類の型が知られている。図-1、2、3 の分岐図で見られるように偏平ケーブルの場合には、大きく3種類に分類されることが確認できる。カオスに至る道筋についてそれぞれ分岐図で説明する。第1に図-1 に示すように周期的振動をする系が周期倍加分岐を繰り返すことによってカオスに至る場合である。第2に図-2 に示すように準周期的振動をする系が直接カオスに至る場合である。第3に図-3 に示すように周期的振動をする系において規則的振動がときど

図-1 分岐図 ($k=30, \gamma=0.04$)図-2 分岐図 ($k=20, \gamma=0.04$)図-3 分岐図 ($k=30, \gamma=0.03$)

き、不規則な振動に置き換わりカオスに至る場合である。

4. 数値結果 図-4は縦波・横波伝播速度比 $k=30$ 、サグ比 $\gamma=0.03$ の1/2分数調波共振近傍の主調波振幅 A_1 と1/2分数調波共振 $A_{1/2}$ と主調波成分を考慮した $A_{1/2}'$ を示す。図中の○は、数値シミュレーションによる周期 T の振幅、□は周期 $2T$ の振幅、△は周期 nT の振幅、×はカオス時の振幅である。本研究では偏平ケーブルのカオスの発生に及ぼすサグ比 γ 、縦波・横波伝播速度比 k 、荷重強度 $\bar{p}_0$ の3種類のパラメーターの影響を調べている。しかし、ここでは特にサグ比 γ の影響について検討する。図-5、図-6は、偏平ケーブルにおいて縦波・横波伝播速度比を変化させた場合の非線形係数とサグ比の関係であり、●がカオスの振動を示す。 $k=30$ 、サグ比 $\gamma=0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ の5種類のケーブルにおいて、サグ比 $\gamma=0.02, 0.03$ の2種類でカオスが発生している。また、図-7よりカオスが発生しているサグ比 $\gamma=0.02, 0.03$ の場合は、2次の非線形項が支配的な軟化バネ特性を持つケーブルである。図-4の1/2分数調波共振近傍でのカオスが発生している領域では、解析解 $A_{1/2}'$ と数値シミュレーションによる応答は一致していない。

5. まとめ カオスの発生に及ぼすケーブルの縦波・横波伝播速度比 k 、荷重強度 $\bar{p}_0$ の影響、高調波領域共振近傍のカオスの挙動については講演時に発表する。

6. 参考文献 1) Benedettini, F. and Rega, G.: Journal of Sound and Vibration, Vol. 132, No. 3, pp. 353-366, 1989.

2) 高橋和雄・町田健一郎・松野進・入江省造: 偏平ケーブルに現れる1/2分数調波共振とカオスの挙動の解析, 長崎大学工学部研究報告, 第23巻, 第40号, pp. 75-82, 1992.

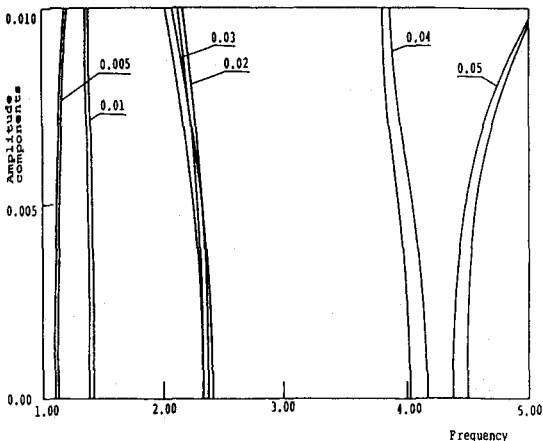


図-7 サグ比 $\gamma=0.005, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04$ 0.05における1/2分数調波共振の応答($k=30$)

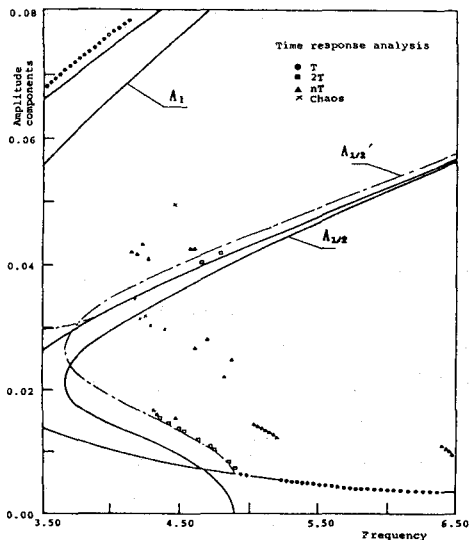


図-4 1/2分数調波共振($k=30, \gamma=0.03, h=0.005$)

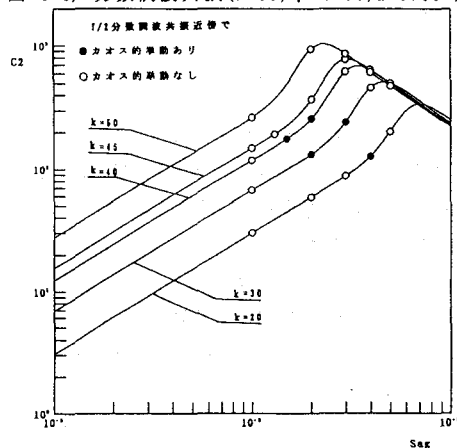


図-5 2次の非線形項 C_2 とサグ比 γ の関係

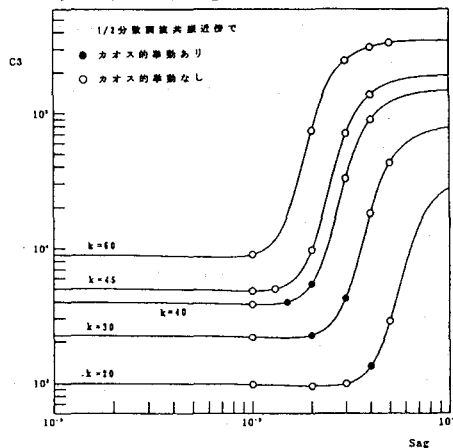


図-6 3次の非線形項 C_3 とサグ比 γ の関係