

外力を考慮したオブザーバによる構造物の振動制御

長崎大学工学部 学生員○木戸正敏 長崎大学工学部 正 員 岡林隆敏
長崎大学工学部 学生員 山本 実 オイレス工業(株)正 員 下田郁夫

1. はじめに

構造物の振動制御において、限られた観測量のみで制御しなければならない場合がある。このとき、観測量から状態量を推定する機構がオブザーバである。土木建築物の振動は外力により励起される。従って、オブザーバも外力を観測量として考える必要があるが、現実的な問題としてこれは困難である。そこで、本研究ではオブザーバの構成において、外力を考慮した全次元、最小次元及び未知入力オブザーバを考察しオブザーバの設計⁽¹⁾⁽²⁾における外力の影響について調べると共に、効果的な制御について検討したものである。

2. 構造系のモデル化

図-1のような5層骨組み構造物を制御対象として、これを5自由度系にモデル化して考える。この構造物の振動数と減衰定数を表-1に、図-2には外力として考慮するEL-CENTRO地震波形を、また図-3に振動モードを示した。基盤に外力 $f(t)$ をうける系の運動方程式はモード変換を行い状態空間表示すると

$$M\ddot{\mathbf{y}}(t) + S\dot{\mathbf{y}}(t) + K\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1) \quad \mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (2)$$

状態変数 $\mathbf{X}(t)$ を用いて(4)式のような状態方程式で表される。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = [\mathbf{q}_1(t) \dot{\mathbf{q}}_1(t) \cdots \mathbf{q}_n(t) \dot{\mathbf{q}}_n(t)]^T \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}(t) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ は $(2n \times 2n)$ 次元の行列、 $\mathbf{F}(t)$ は(5)式に示すような $2n$ 次元の外力ベクトルである。

$$\mathbf{F}(t) = [0 \quad f(t) \cdots 0 \quad f(t)]^T \quad (5)$$

k 次元の観測量 $\mathbf{Y}(t)$ は、 $(k \times 2n)$ 次元のモード行列より構成された観測行列 $\mathbf{C}$ を用いて、次式で表される。

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t) \quad (6)$$

3. オブザーバについて オブザーバとは状態量 $\mathbf{X}(t)$ が全て求められない場合観測量 $\mathbf{Y}(t)$ から $\mathbf{X}(t)$ を推定する機構である。

(1) 全次元オブザーバ これは(4)式と同一の動的特性を持ち、観測値と推定による観測値の差をフィードバックするものである。

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}(t) + \mathbf{G} \{ \mathbf{Y}(t) - \mathbf{W}(t) \} \quad (7)$$

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}(t) \quad (8)$$

ここに $\mathbf{G}$ は、極配置法により求められる。

(2) 最小次元オブザーバ これは式(4)、(6)の制御対象に対して、次の動的システムで与えられる。

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{z}(t) + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{F}(t) + \hat{\mathbf{G}}\mathbf{Y}(t), \quad \hat{\mathbf{X}}(t) = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{z}(t) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{Y}(t) \quad (9)$$

ここに、それぞれの係数は次のようにして求められる。

$$\mathbf{T} = [\mathbf{C}; \mathbf{M}] \quad \mathbf{M} \text{は任意の行列である。}$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12}, \quad \hat{\mathbf{G}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{L} + \mathbf{A}_{21} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{11}, \quad \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1} [0; \mathbf{I}]$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{T}^{-1} [\mathbf{I}; \mathbf{L}], \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1$$

(3) 未知入力オブザーバ 未知入力オブザーバは次式で与えられる。

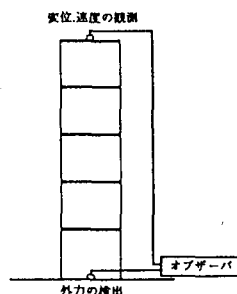


図-1 構造系モデル

	モデル		減衰モデル	
	振動数(Hz)	減衰定数	振動数(Hz)	減衰定数
1次	1.0000	0.4271	3.2710	0.4000
2次	2.9190	0.4007	5.5612	0.4000
3次	4.6915	0.4007	5.8617	0.4000
4次	5.9112	0.3922	5.5218	0.4000
5次	6.7420	0.2691	6.0673	0.4000

表-1 モデルの振動数

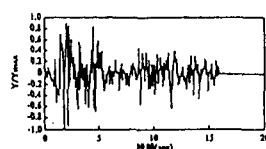


図-2 EL-CENTRO地震波形

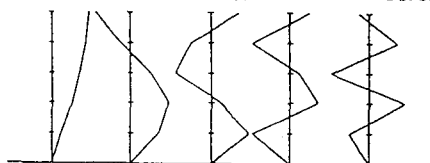


図-3 振動モード

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{z}(t) + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{F}(t) + \hat{\mathbf{G}}\mathbf{Y}(t), \quad \hat{\mathbf{X}}(t) = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{z}(t) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{Y}(t) \quad (10)$$

ここで $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{0}$ になると外力を考慮しないオブザーバが構成される。この条件より $\mathbf{L}$ を求める。

$$\mathbf{L} = \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_1^{-1} - \mathbf{E}(\mathbf{I} - \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^{-1}) \quad (11)$$

ここに $\mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_2$ は $\hat{\mathbf{B}}$ の要素である。 $\mathbf{B}_1^{-1}$ は $\mathbf{B}_1$ の一般逆行列であり $\mathbf{E}$ は $((n-l) \times l)$ の任意の行列である。

4. シミュレーションの考察

全次元、最小次元、及び未知入力
の3種類のオブザーバについて検討

した。図の上から1次から5次までの状態量を示す。

図-4から図-7はそれぞれシミュレーションモデル、最小次元オブザーバ

(外力考慮せず)、最小次元オブザーバ(極配置操作)

及び未知入力オブザーバを示した。全次元と最小次元オブザーバでは外力を考慮しないと、

図-5のように状態量の推定はできない。しかしこの場

合でも外力を考慮すると図-4と一致し、正確な状態量を推定することができる。次に、最小次元オブザーバにおいて、希望固有値を変更して設計した結果が図-6である。高次は推定量が小さくなるが、外力を考慮しなくても推定が可能になる。未知入力オブザーバに関しては、外力を考慮することなく推定が可能であるが、固有値を決定する行列の中の $((2n-l) \times l)$ 次元の任意の行列 $\mathbf{E}$ を設計することにより結果は差が現われる。未知入力オブザーバを用いると、外力を考慮しないオブザーバが構成可能であるが、任意行列 $\mathbf{E}$ の決定法を確定する必要がある。

5. まとめ

3種類のオブザーバに関してシミュレーションを行ったが、観測数の数は少ない方が有利なことから、全次元オブザーバよりも、最小次元オブザーバ、未知入力オブザーバが効果があることがわかった。さらに、未知入力オブザーバでは、外力の影響を考慮する必要がないので実用性がある。従って、外力を無視した形で設計することのできる未知入力オブザーバは外力の作用する土木構造物の振動制御では効果的である。なお、各オブザーバを用いた場合の振動制御の効果については、講演時に報告する。

[参考文献] (1) 白石昌武 入門現代制御理論 啓学出版

(2) 岩井善太他 現代制御シリーズ③オブザーバ コロナ社

