

任意方向の水平地震力を受ける曲線橋支承部の不規則応答解析

大日本コンサルタント(株)正員○川神 雅秀 長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
長崎大学工学部 正員 崎山 毅 長崎大学工学部 正員 松田 浩

1. はじめに

近年の橋梁支承部は、橋梁本体構造の複雑化・大規模化に伴い、要求機能の高度化が求められる状況にある反面、経年的に支承部の機能を維持するには取り組むべき問題も数多く存在する。本文は、任意方向の水平地震力を受ける曲線橋支承部の動的解析に、確率論的手法の確率微分方程式による定常応答解析法を適用し、支承部の動的特性に与える地震入射角と、可動支承の据付け方向による影響を検討したものである。

2. 橋梁系の状態方程式と支承部応答

図-1に示す任意形曲線桁橋を考える。曲線桁橋の地震力による運動方程式は、この橋梁の各支点における水平地盤変位を Δ_j 、($j=1, 2, \dots, k, \dots, N$)、また k 支点のみが $\Delta_k=1$ なる静変位を生じたとして誘導¹⁾²⁾することができる。

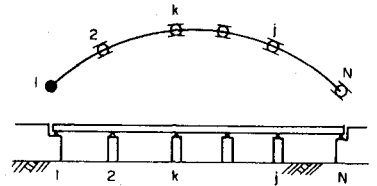


図-1. 曲線桁橋

いま、この運動方程式に振動形解析法を適用し、接線方向、法線方向の基準座標をそれぞれ $q_{wi}(t)$ 、 $q_{ui}(t)$ とすると、接線方向変位 $W(s, t)$ 、法線方向変位 $U(s, t)$ は、基準座標を用いて次式で表せる。ここに、 $W_i(s)$ 、 $U_i(s)$ は i 次の固有振動モード、 s は部材軸線を座標軸とする。

$$W(s, t) = \sum_i W_i(s) q_{wi}(t) \quad U(s, t) = \sum_i U_i(s) q_{ui}(t) \quad (1)$$

運動方程式に式(1)を代入し、振動モードの直交性を利用して式を変形すると、結果的に基準座標 $q_{wi}(t)$ 、 $q_{ui}(t)$ に関する次の連立微分方程式がえられる。

$$\ddot{q}_{wi} + \dot{\phi}_{11} \dot{q}_{wi} + \dot{\phi}_{12} q_{wi} + \dot{\phi}_{13} q_{ui} = - \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{14} \ddot{\Delta}_j, \quad \ddot{q}_{ui} + \dot{\phi}_{21} \dot{q}_{ui} + \dot{\phi}_{22} q_{wi} + \dot{\phi}_{23} q_{ui} = - \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{24} \ddot{\Delta}_j \quad (2)$$

ここで、基準座標を式(3)で、また構造系の状態変数 $Y(t)$ を式(4)で定義すると、式(2)は、式(5)の状態方程式に変形できる。

$$q(t) = \{q_{w1} \ q_{u1} \ \dots \ q_{wi} \ q_{ui} \ \dots \ q_{wn} \ q_{un}\}^T \quad (3) \quad Y(t) = \{q(t) \ \dot{q}(t)\}^T \quad (4)$$

$$\dot{Y}(t) = A_Y Y(t) + B_Y \ddot{\Delta}(t), \quad Y(t_0) = 0 \quad (5) \quad \text{ここに、} \theta: \text{地震入射角}$$

$$B_Y = \{0 \ B_{Y1} \ B_{Y2} \ \dots \ B_{Yn}\} \quad B_{Yv} = \left\{ \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{14} \dot{\Delta}_{vj} \ \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{24} \dot{\Delta}_{vj} \right\}^T$$

$$B_{Yi} = B_{iv} \sin \theta + B_{ih} \cos \theta \quad B_{Hj} = \left\{ \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{14} \dot{\Delta}_{Hj} \ \sum_{j=1}^N \dot{\phi}_{24} \dot{\Delta}_{Hj} \right\}^T$$

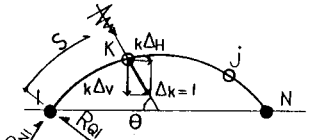


図-2. 支点への地震力

また、 j 支点部の動的応答として $R_{Qj}(t)$ 、 $R_{Nj}(t)$ 、 $R_{Uj}(t)$ 、 $R_{Wj}(t)$ を考えると、出力方程式は、式(6)となる。

$$N_j(t) = C Y(t) \quad (6) \quad \text{ここに、} N_j(t) = \{R_{Qj}(t) \ R_{Nj}(t) \ R_{Uj}(t) \ R_{Wj}(t)\}^T$$

また、 C は、固有振動モードに類した行列で、 $R_{Qj}(t)$ 、 $R_{Nj}(t)$ 、 $R_{Uj}(t)$ 、 $R_{Wj}(t)$ は、 j 支点部の法線方向、接線方向反力および、法線方向、接線方向変位を示す。

3. 構造一荷重系の確率微分方程式と不規則応答

地震力は、地盤加速度波形を定常確率過程にモデル化し、式(7)の金井・田治見型スペクトル密度に地盤変位を求めるために、Crough-Penzien³⁾により拡張された式(8)のハイパスフィルターを付与した、式(9)を仮定する。

$$S(\omega) = (\omega_g^4 + 4h_g \omega_g^2 \omega^2) S_0 / \{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2 \omega_g^2 \omega^2\} \quad (7)$$

$$|H_p(j, \omega)|^2 = \omega^4 / \{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4h_p^2 \omega_p^2 \omega^2\} \quad (8) \quad \text{ここに、} \omega_g, h_g, \omega_p, h_p \text{ は、パワースペクトルのパラメーターである。}$$

$$S_g(\omega) = |H_p(j, \omega)|^2 S(\omega) \quad (j: \text{虚数}) \quad (9)$$

この関係式は、平均値0の正規性白色雑音過程 $n(t)$ を入力するフィルターで構成でき、式(7)は式(9)の出力 $r(t)$ のパワースペクトル密度、また式(8)の伝達関数は、式(9)の加速度 $Z_2(t)$ の伝達関数として表現できる。

表-1. モデル橋 構造諸元

支間	: 55.0 m	中心角	: 60°
曲率半径	: 52.5 m	断面積	: 0.165 m ²
断面2次モーメント			: 0.150 m ⁴
死荷重	: 7.503 t/m	減衰定数	: 0.02

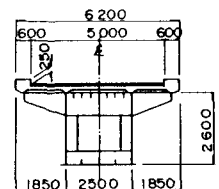


図-3. 断面形状

$$\ddot{Z}_1(t) + 2h_g \omega_g \dot{Z}_1(t) + \omega_g^2 Z_1(t) = -n(t), \quad r(t) = -\omega_g h_g \dot{Z}_1(t) - \omega_g^2 Z_1(t) \quad (10)$$

$$\ddot{Z}_2(t) + 2h_p \omega_p \dot{Z}_2(t) + \omega_p^2 Z_2(t) = -r(t) \quad (11)$$

$$\text{また、支点に作用する地盤加速度 } \ddot{\Delta}(t) \text{ は、} \ddot{\Delta}(t) = DZ(t) \quad (12)$$

$$\text{ここに、} D = \{-\omega_p^2 \quad -2h_p \omega_p \quad \omega_g^2 \quad 2h_g \omega_g\}, \quad Z(t) = \{Z_2 \quad \dot{Z}_2 \quad Z_1 \quad \dot{Z}_1\}^T \quad (13)$$

式(10), (11)を、式(14)の荷重系状態方程式で表すと、

$$\dot{Z}(t) = A_Z Z(t) + B_Z(t)n(t) \quad (14)$$

以上より、構造-荷重系の確率微分方程式は式(5), (14)より式(15)となる。

$$X(t) = \{Y(t) \quad Z(t)\}^T \quad \dot{X}(t) = A_X X(t) + B_X n(t) \quad (15)$$

ここに、 $n(t) : E\{n(t)\} = 0, E\{n(t_1)n(t_2)\} = \sigma_n^2 \delta(t_1 - t_2), S_0 = 2\pi \sigma_n^2 (\sigma_n: \text{白色雑音強度})$

次に、 $X(t)$ の共分散 $R_X(t) = E\{X(t)X^T(t)\}$ の解は、定常状態を考える

と式(16)の共分散方程式⁴⁾が、 $\dot{R}_X(t) = 0$ となり式(17)を解くことに帰着する。

$$\dot{R}_X(t) = A_X R_X(t) + R_X(t)A_X^T + B_X(t)\sigma_n^2 B_X^T(t) \quad (16)$$

$$A_X R_X(t) + R_X(t)A_X^T + B_X(t)\sigma_n^2 B_X^T(t) = 0 \quad (17)$$

また、支点部の反力、変位に関する応答は、共分散 $R_Y(t)$ の要素から求まる。 $E\{N_j(t)N_j^T(t)\} = CR_Y(t)C^T$ (18)

$$\text{ここに、} R_Y(t) = E\{q(t)q^T(t)\} \quad R_X(t) = \begin{bmatrix} R_{Y(t)} & R_{YZ}(t) \\ R_{ZY}(t) & R_Z(t) \end{bmatrix}$$

4. 数値解析と考察

ここでは単純線橋を数値解析の対象とした(構造諸元を表-1, 図-3, また動特性を表-2に示す)。図-4は可動支承の据付け方向を示し、TYPE-1は固定支承方向に、TYPE-2は桁の接線方向に移動するケースについて検討した。入力地震波は、道示・耐震編のI種地盤用標準波形を使用した(最大加速度102.24gal, 継続時間15秒, 図-5)。

図-6は適用した地震波形のパワースペクトル密度曲線を示す。応答計算に使用する式(13)の定数は非線形最小自乗法を適用して求めた。図-7, 8は、可動支承の反力・移動量標準偏差値と地震入射角との相関を示したもので、最悪入射角は60度付近に存在する。また図-7, 8より、TYPE-2の反力・移動量標準偏差値は、TYPE-1に比べ全体的に上回っていることが分かる。図-9は橋梁中心角(Φ)を変化させて、TYPE-2の移動量の標準偏差を比較したものである。図-7, 8に確定論による直接応答結果を併記した($\bullet$: TYPE-1, $\circ$: TYPE-2)。本解析結果との差異は直接応答結果は最大応答値を、また本解析は、確率論に基づく標準偏差値を求めていることによる。

表-2. 自由振動特性(HZ)

	TYPE-1	TYPE-2
1-st	1.01	0.81
2-nd	3.98	3.94
3-rd	9.45	9.12
4-th	11.32	11.65

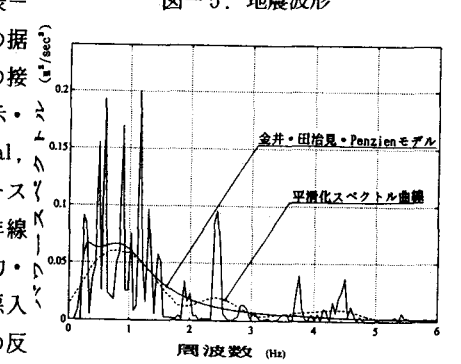
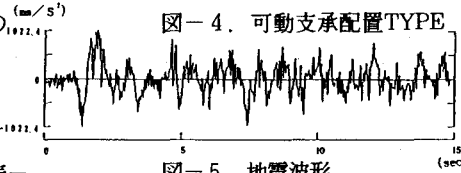
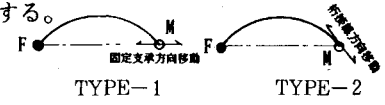


図-6. パワースペクトル密度曲線

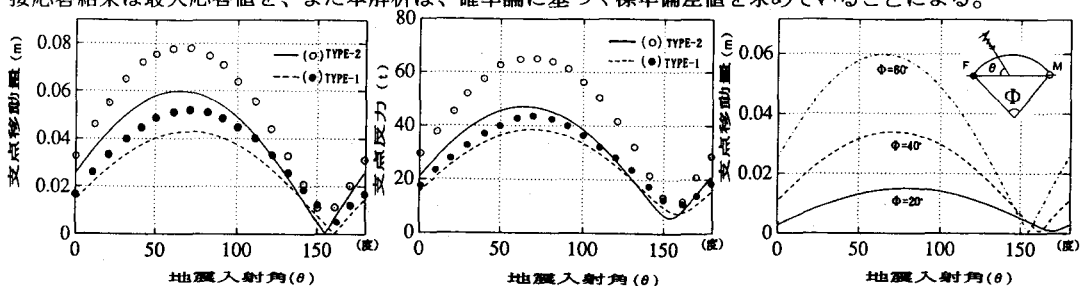


図-7. 地震入射角と可動支承移動量 図-8. 地震入射角と可動支承反力 図-9. 橋梁中心角と支承移動量

【参考文献】1)川神, 他: 第17回構造工学における数値解析法シンポジウム, 平成5年7月 2)川神, 他: 構造工学論文集 VOL. 40A(投稿中) 3)Crough, R. W. and J. Penzien: Dynamics of structures, McGraw-Hill, New York, 1960 4)岡林: 土木学会論文報告集第286号