

偏平シェルの非対称座屈挙動解析

長崎大学 工学部 学生員 ○鈴木 尉浩

長崎大学 工学部 正 員 森田 千尋

長崎大学 工学部 正 員 松田 浩

長崎大学 工学部 学生員 田頭 直幸

1. まえがき

偏平シェル構造物の座屈安定性に関する問題では、その挙動が初期の安定なつりあい形から不安定な経過を経て安定なつりあい形に移行する、いわゆる飛び移り現象などを起こす場合があり、有限変形に基づく非線形理論による非線形解析が必要となる。本研究は、著者らの一部が既に提示した平板の一離散化手法¹⁾²⁾を偏平シェルに拡張適用し、幾何学的非線形解析を行ったものである。数値解析では、偏平シェルの対称座屈挙動に関して既往数値解と比較し本解析法の妥当性を検証するとともに、偏平シェルの非対称座屈挙動の解析を行った。

2. 偏平シェルの増分形基礎微分方程式およびその離散解

曲面の x 、 y 方向の曲率を k_x 、 k_y 、ねじれ率を k_{xy} とし、これらがあまり小さくなく、投影形状が矩形の曲面板を考えると、せん断変形の影響を考慮した偏平シェルの曲げに関する増分形の基礎微分方程式は次式のように表わせる。

$$\frac{\partial \Delta N_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial y} - k_{xy} \Delta Q_x = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial \Delta N_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta N_{xy}}{\partial x} - k_{xy} \Delta Q_y = 0 \quad (1-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta Q_y}{\partial y} + k_{xy} \Delta N_x + k_{xy} \Delta N_y + 2k_{xy} \Delta N_{xy} + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} \Delta N_x \\ + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} N_y + \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} \Delta N_y + 2 \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} N_{xy} + 2 \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} \Delta N_{xy} + \Delta N_c + \Delta q = 0 \end{aligned} \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \Delta M_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial y} - \Delta Q_x = 0 \quad (1-4)$$

$$\frac{\partial \Delta M_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta M_{xy}}{\partial x} - \Delta Q_y = 0 \quad (1-5)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial x} = \frac{1}{D(1-\nu^2)} (\Delta M_x - \nu \Delta M_y) \quad (1-6)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial y} = \frac{1}{D(1-\nu^2)} (\Delta M_y - \nu \Delta M_x) \quad (1-7)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \theta_y}{\partial x} = \frac{2}{D(1-\nu)} \Delta M_{xy} \quad (1-8)$$

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta \theta_x = \frac{\Delta Q_x}{\kappa G h} \quad (1-9) \quad \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta \theta_y = \frac{\Delta Q_y}{\kappa G h} \quad (1-10)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial x} - k_{xy} \Delta w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta W_{xc} = \frac{1}{E h} (\Delta N_x - \nu \Delta N_y) \quad (1-11)$$

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial y} - k_{xy} \Delta w + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \Delta W_{yc} = \frac{1}{E h} (\Delta N_y - \nu \Delta N_x) \quad (1-12)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} - 2k_{xy} \Delta w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \Delta W_{xyc} = \frac{2(1+\nu)}{E h} \Delta N_{xy} \quad (1-13)$$

ここに、 $q=q(x,y)$:鉛直方向荷重強度、 $D=D(x,y)=Eh^3/[12(1-\nu^2)]$:シェルの曲げ剛度、 $h=h(x,y)$:シェル厚、 E :弾性係数、 $G=E/[2(1+\nu)]$:せん断弾性係数、 ν :ポアソン比、 $\kappa=5/6$:せん断修正係数、 Δ :断面力および変形量の増分、 ΔN_c 、 ΔW_{xc} 、 ΔW_{yc} 、 ΔW_{xyc} :各荷重増分段階における不平衡力および非線形項

また、これらの基礎微分方程式(1-1)～(1-13)において、以下に示す無次元量 $X_1 \sim X_{13}$ および η 、 ξ

$$X_1 = a^2 Q_x / [D_0(1-\nu^2)], X_2 = a^2 Q_y / [D_0(1-\nu^2)], X_3 = a M_{xy} / [D_0(1-\nu^2)], X_4 = a M_y / [D_0(1-\nu^2)],$$

$$X_0 = aM_x / [D_0(1-\nu^2)], X_6 = \theta_y, X_7 = \theta_x, X_8 = w/a, X_9 = v/a, X_{10} = u/a, X_{11} = aN_{xy} / [D_0(1-\nu^2)], \\ X_{12} = aN_y / [D_0(1-\nu^2)], X_{13} = aN_x / [D_0(1-\nu^2)], \eta = x/a, \zeta = y/b, \quad a, b: \text{偏平シェルの矩形Baseの辺長}, \\ \mu = b/a, h_0: \text{基準シェル厚}, D_0 = Eh_0^3 / 12(1-\nu^2): \text{基準シェル剛度}$$

を導入し無次元化後、領域 (i, j) において面積分することにより積分方程式に変換し、次に積分方程式の近似解法を応用すると、偏平シェルの縦、横の等分割線の交点に関する離散解 ΔX_{pij} ($p=1 \sim 13$)は、次のように整理される。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{1pijfd} \cdot X_{rf0} + \sum_{g=0}^j a_{2pijgd} \cdot X_{s0g} \right) + q_{pij} \quad (2)$$

この離散的一般解 ΔX_{pij} を求める方法の詳細については、文献1)を参照されたい。

3. 解析結果

数値解析例として、Fig.1に示すような、偏平E. P. シェルの幾何学的非線形解析を行った。Fig.2に、周辺を四辺単純支持(Pin)された等分布荷重を満載する場合の荷重～たわみ曲線を示す。また、Fig.3に代表的な荷重段階(Fig.2の点の①～⑥)での、 $y = 0.5b$ 上の曲げモーメント、面内力およびたわみの分布を示す。

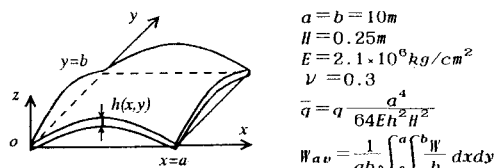


Fig.1 偏平E. P. シェル

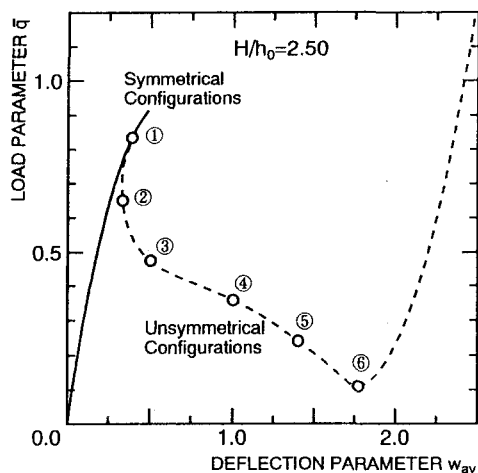


Fig.2 E. P. シェルの非対称座屈挙動

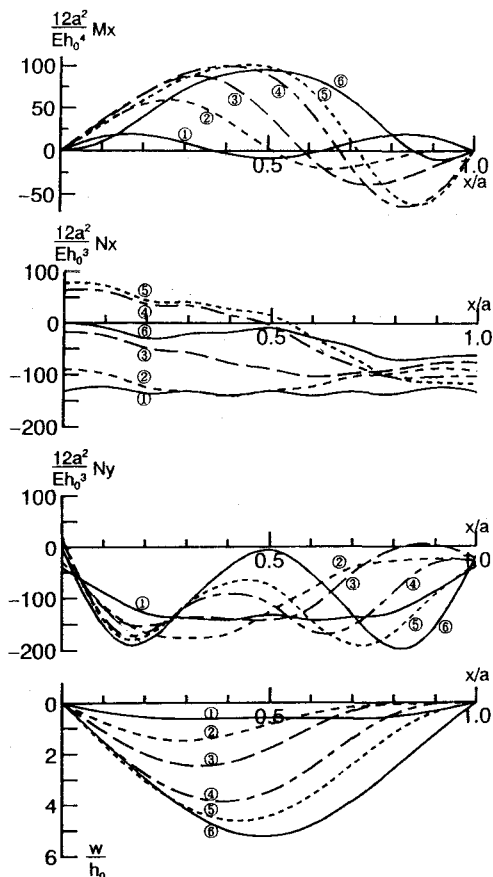


Fig.3 非対称座屈挙動におけるE. P. シェルの断面力およびたわみの分布

[参考文献]

- 1) 崎山 毅, 松田 浩: 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第338号, pp. 21-28, 1983.
- 2) 森田 千尋, 崎山 毅, 松田 浩: 矩形板の幾何学的非線形解析問題の一解析法, 構造工学論文集, vol. 37A, pp. 279-286, 1991.