

工期とコストを同時に考慮したあいまい工程計画手法 FPERT の提案

九州大学工学部 学生員 ○板清 弘 正員 樽木 武
 学生員 M. Tatish 学生員 曾 浩聖

1. はじめに

土木工事の計画・管理手法としてネットワーク理論に基づくPERT手法が広く普及しているのは周知の通りである。しかし実際のプロジェクトに用いるにはいくつかの問題点がある。それらの中で、著者らはこれまでの研究において、先行作業と後続作業の重複的順序関係におけるあいまいさの扱いと、各作業要素の作業日数推定におけるあいまいさ、さらに作業の中断のあいまいさという3つの課題に取り組んできた。本研究ではこれらをさらに発展させて、工期に関するあいまいな推定に加えて、プロジェクトのコストと工期を同時に考慮する新たな手法を検討し、提案するものである。

2. 従来型PERTの線形計画法による解釈

工事における作業要素 (i, j) の開始日 S_{ij} 及び完了日 F_{ij} と、これと結びつく節点 i, j の作業日数 t_{ij} との関係を表すと、

$$F_{ij} \leq S_{ij} \quad (\text{各節点における } i \in N_j^-, j \in N_j^+ \text{ の全てのペア}) \dots \textcircled{1}$$

$$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij} \quad ((i, j) \in W) \dots \textcircled{2}$$

ただし、

$$F_{ij} \geq 0, S_{ij} \geq 0 \quad ((i, j) \in W) \dots \textcircled{3}$$

また、 W : ネットワークを構成する作業要素の集合

N_j^- : 作業要素の始点側節点集合

N_j^+ : 作業要素の終点側節点集合

最早プランは、上記①～③の各式による制約条件と工事開始条件 $S_{ij} = 0$ のもとで、ネットワーク日数

$$Z = \sum (S_{ij} + F_{ij}) \dots \textcircled{4}$$

を最小にする問題としてとらえることができる。他方最遅プランは、式①～③と最早プランにより求められる工期 T_n の条件下で、式④の Z を最大にする問題として求められる。

3. 各作業要素におけるあいまいさの考察と定式化¹⁾

1) 作業要素間の重複的順序関係について

作業要素間の多様な順序関係については、過去の研究において提案されたとおり、作業要素の開始 (S)、完了 (F) のペアで考えれば SS, SF, FS, FF の4つに分類される。また定式の際、順序関係のあいまいさを定義するメンバーシップ関数の値を λ とし、用いる。

2) 作業日数推定について

作業日数 t_{ij} の推定も、先の研究において報告されたとおり、そのあいまいさの内容において4つのタイプに分けられ、メンバーシップ関数 λ_t とする。

3) 作業中断について

作業中断の推定の内容は4つのタイプに分けられ、そのメンバーシップ関数 λ_i とする。

4. コストに関する考察と定式化¹⁾

プロジェクトの費用は直接費と間接費に大別できる。直接費は労働力にたいする工賃、原料費等であり、普通は工期の短縮と共に増加する。一方、間接費は事務費、管理費等をいい工期と共に増加する。

ところで各作業 (i, j) についての諸量を次のように定める。すなわち、図-1において標準点と特急点を結ん

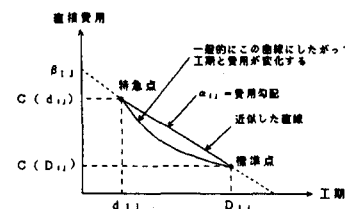


図-1 費用勾配

で近似した直線を工期と費用の関係とみなし、この傾きの絶対値を費用勾配とするが、これは単位時間分だけ

短縮するのに必要な費用の増分を意味する。

各作業における費用勾配 α_{ij} と図-1 から求まる定数 β_{ij} を用いて総直接費を表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{総直接費} &= \sum_{(i,j)} (\beta_{ij} - \alpha_{ij} t_{ij}) \\ &= \beta - \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} t_{ij} \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

t_{ij} : 各作業の所要日数

また増加関数である間接費用は、最終作業の終了日程を $F_{n,n+1}$ とすれば次式のようになる。

$$\begin{aligned} \text{間接費用} &= \beta' + \alpha' \cdot F_{n,n+1} \dots \textcircled{6} \\ \alpha' &: \text{間接費用の費用勾配}, \quad \beta' : \text{定数} \end{aligned}$$

以上の⑤、⑥式から総費用は次式で表される。

$$\begin{aligned} \text{総費用} &= K - \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} t_{ij} + \alpha' \cdot F_{n,n+1} \dots \textcircled{7} \\ K &: \sum \beta_{ij} \text{ と } \beta' \text{ の和} \end{aligned}$$

次に総費用の上限 C_u と下限 C_L を定め、「プロジェクトの総費用はできる限り C_L としたいが工期の短縮を考慮して最大 C_u までは許す」というあいまいさの推定を、ファジィ理論のメンバーシップ関数 $M(C)$ を用いて表す。

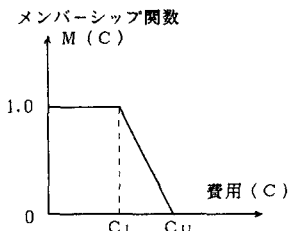


図-2 メンバーシップ関数

このメンバーシップ関数が直線式で仮定できるものとしてグラフにしたものが図-2である。またこの内容はメンバーシップ関数の値 λ_c を用いて

$$1 - \frac{C - C_L}{C_U - C_L} \geq \lambda_c \quad \dots \textcircled{8}$$

において λ_c の値をできる限り大きくすることと解釈できる。そして⑦、⑧式より費用に関する次の制約条件が得られる。

$$(C_U - C_L) \lambda_c + K - \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} t_{ij} + \alpha' F_{n, n+1} \leq C_U$$

5. FPERTモデル ・・・⑨

本計画では、作業日数 t_{ij} 、開始日 S_{ij} 、終了日 F_{ij} の全てが未知数であり、このことを考慮すれば、最早プランにおける目的関数は、ネットワーク日数

$$Z = \sum (S_{ij} + t_{ij} + F_{ij})$$

を最小にする事と言える。同時に $\lambda_o, \lambda_\tau, \lambda_i, \lambda_c$ を極力大きくするという目的が存在し、

$$\text{Maximize } \Gamma = \lambda_o + \lambda_\tau + \lambda_i + \lambda_c$$

と定式化できる。結局、本題は2目的問題となるが、その解析は現場に応じた水準値 $\lambda_{o0}, \lambda_{\tau0}, \lambda_{i0}, \lambda_{c0}$ を設定し、さらにネットワーク日数 Z の上限値 Z_{u0} を設けて、 Z_{u0} の増減により $\lambda_{o0}, \lambda_{\tau0}, \lambda_{i0}, \lambda_{c0}$ を調整するという考えにたてば、最終的に、 $\Gamma = \lambda_o + \lambda_\tau + \lambda_i + \lambda_c$ の最大化問題に帰着せしめることができる。

以上の内容から、結局、本題の数学モデルは次の諸式で与えられる。

$$\text{Maximize } \Gamma = \lambda_o + \lambda_\tau + \lambda_i + \lambda_c$$

- s. t. 1)各作業要素ペアごとの重複的順序関係に関する式
 2)各作業要素ごとの作業日数に関する式
 3)各作業要素ごとの中断に関する式
 4)⑨式のコストに関する制約条件式
 5) $\lambda_{o0} \leq \lambda_o, \lambda_{\tau0} \leq \lambda_\tau, \lambda_{i0} \leq \lambda_i, \lambda_{c0} \leq \lambda_c$
 and $S_{ij} \geq 0, F_{ij} \geq 0, t_{ij} \geq 0$
 ((i, j) ∈ Wのすべて)

最早プランには上記内容に次の制約条件を加える。

$$S_{ik} = 0 \quad (k \in N_1^+ \text{の全て})$$

$$Z \leq Z_{u0}$$

最遅プランは、プロジェクトの完了日を最早プランで得られた工期 T_o に一致させ、ネットワーク日数 Z をできるだけ大きくするという考えにたてば良い。したがって、最遅プランに加える制約条件は次のとおりである。

$$F_{in} = T_o \quad (i \in N_n^+ \text{の全て})$$

$$Z_{lo} \leq Z$$

6. 適用例

図-3に示すネットワークに関し数学モデルを作成する。 $\lambda_{o0}=0.8, \lambda_{\tau0}=0.7, \lambda_{i0}=0.6, \lambda_{c0}=0.5$ と水準値を仮に設定し、数学モデルを解く。結果は次表のとおりであるが、詳細は紙面の都合上割愛する。

最早プラン	ネットワーク日数 $Z=935$ $\lambda_o=0.8 \quad \lambda_\tau=1.0 \quad \lambda_i=1.0 \quad \lambda_c=0.64$ 工期 $T=52.2$ コスト $C=636.4$
-------	---

また、 λ_{o0} の水準値を0.5まで妥協して、コストの増加を極力抑えて工期の短縮を図ると以下ようになる。

最早プラン	ネットワーク日数 $Z=835.6$ $\lambda_o=0.5 \quad \lambda_\tau=0.7 \quad \lambda_i=1.0 \quad \lambda_c=0.63$ 工期 $T=48.3$ コスト $C=636.7$
-------	---

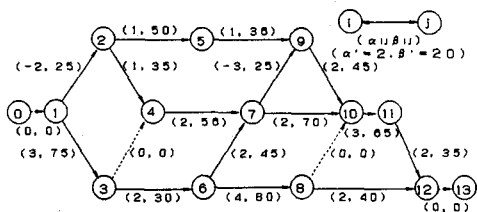


図-3 適用ネットワーク (費用)

7. おわりに

作業間の順序関係、作業日数及び作業の中断という工期に関してのあいまいさと同時に、コストについてのもあいまいな判断をも含めてより現実的に即した内容の工程計画、管理手法としてFPERTを提案した。モデルは、線形計画問題として定式化されているが、大規模ネットワーク問題に関して本法をそのまま適用するには問題がある。また、資源制約の扱いについても残された課題であり、今後の研究とするものである。

【参考文献】

- 1) M. Tatish, T. Chishaki : A NEW MODEL FOR PROJECT BY TIME-COST TRADE-OFF PROCEDURE USING FUZZY DURATIONS FOR PROJECT ACTIVITIES (8, 1992)
- 2) 三好勇作 : 作業の日数と作業間結合関係、作業の中断のあいまいさを同時に考慮した工程計画手法FPERTの提案とその応用 (九州大学卒業論文, 3, 1992)