土木学会西部支部研究発表会(1993.3)

# 収益分布の変化が建設投資に与える影響について

熊本工業大学　正員　田代　敬大

## 1．はじめに

本研究は、土地所有者の土地利用構成を資産選択問題ととらえる立場から、土地所有者の主観的予想収益分布と現実の収益分布のズレの影響、土地・土地関連投資に対する需要構造の変化の影響、建築規制や税等の政策効果の検討をおこなうために、収益分布の変化が土地所有者の主体的均衡条件に与える影響を検討するものである。

## 2．資産選択問題

土地所有者個人の最適土地利用計画を資産選択理論の2パラメータ・アプローチを用いて定式化するが、危険資産の収益分布に正規分布を仮定し、標準偏差を「リスク」とみなすことにする。簡単化のため、土地所有者の考慮する危険資産は土地と分譲マンション等の建設投資との2危険資産とする。以下、危険資産1を建設投資、危険資産2を土地とし、$\mu_1>\mu_2>0$、$\sigma_1>\sigma_2>0$ と仮定する。

土地所有者の資産選択問題は、次の通りである。

$$\max.\quad E[u(\sigma_p,\mu_p)] \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathrm{s.t.}\quad & \sigma_p^2(\mu_1-\mu_2)^2-\mu_p(\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\sigma_{12}) \\ & +2\mu_p\{\mu_2\sigma_1^2+\mu_1\sigma_2^2-(\mu_1+\mu_2)\sigma_{12}\} \\ & -(\mu_2^2\sigma_1^2+\mu_1^2\sigma_2^2-2\mu_1\mu_2\sigma_{12}) \qquad (2) \end{aligned}$$

ここに、$E[u]$：期待効用、$\mu_p$：ポートフォリオ期待値、$\sigma_p^2$：ポートフォリオ分散、$\mu_1$：地価の期待値、$\sigma_1$：地価の標準偏差、$\mu_2$：建設投資収益の期待値、$\sigma_2$：建設投資収益の標準偏差、$\sigma_{12}$：地価と建設投資収益の共分散

## 3．無差別曲線の特定と解の挙動

ここでは、2の資産選択問題における期待効用の無差別曲線を特定して具体的に最適解を求め、それらを用いて最適建設投資面積比率$\xi^*$を求める。$\xi^*$は土地所有者個人の所有土地面積のうち建設投資に向けられる最適面積比率である。次に、収益分布のパラメータが変化したとき、これら最適解の変化の方向を調べることにする。

### (1) 指数型効用関数

Sharpe が提唱する総合的アセット・アロケーションで導かれた無差別曲線$\mu_p-(c/2)\sigma_p$を用いる。これは、効用関数を絶対的危険回避測度一定（$-u''/u'=c$）、つまり指数型$u(W)=a-be^{-cW}$に特定することにより導かれている。

この場合の最適解は、次のようになる。

$$\xi^*=\{\sigma_2^2-\sigma_{12}+(\mu_1-\mu_2)\mathrm{ART}\}/K$$

$$\mu_p^*=\{\mu_2\sigma_1^2+\mu_1\sigma_2^2-(\mu_1+\mu_2)\sigma_{12}+(\mu_1-\mu_2)^2\mathrm{ART}\}/K$$

$$\sigma_p^{2*}=\{\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2+(\mu_1-\mu_2)^2\mathrm{ART}^2\}/K^2$$

$$E[u]=a-b\,\mathrm{EXP}[-c\mu_p^*+(c^2/2)\sigma_p^{2*}]$$

ここに、$K=\sigma_1^2+\sigma_2^2-2\sigma_{12}$、ART：絶対危険許容度　$\mathrm{ART}=1/c$

次に、建設投資面積比率の条件（$0\leq\xi\leq1$）および二階条件（$K>0$）を考慮して、収益分布のパラメータの微小変化に対する最適解の微小変化の符号を調べれば、表1のように示される。危険資産のパラメータと土地所有者の危険回避度相対的位置によって符号が決定されるものもあるが、符号が確定するものも少なくない。

### (2) 無差別直線

無差別曲線を直線$\mu_p=\theta\sigma_p+d$で近似できると考え、②式の制約の下に$\theta=(\mu_p-\sigma_p)/d$を最大化する。dを固定したときは、$\theta$は効用水準を表わすことになる。

最適解は、次の通り。

$$\xi^*=\{\alpha_1\sigma_2^2-\alpha_2\sigma_{12}\}/H$$

$$\mu_p^*=[\mu_2\alpha_2\sigma_1^2+\mu_1\alpha_1\sigma_2^2+\{(\mu_1+\mu_2)d-2\mu_1\mu_2\}\sigma_{12}]/H$$

$$\sigma_p^{2*}=NM/H^2$$

$$\theta^{*2}=M/N$$

ここに、$\alpha_1=\mu_1-d$、$\alpha_2=\mu_2-d$、

$$H=\alpha_2\sigma_1^2+\alpha_1\sigma_2^2-(\alpha_1+\alpha_2)\sigma_{12}$$

$$M=\alpha_2^2\sigma_1^2+\alpha_1^2\sigma_2^2-2\alpha_1\alpha_2\sigma_{12}$$

$$N=\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2$$

同様に、二階条件（$H>0$）を考慮して、収益分布のパラメータの微小変化に対する最適解の微小変化の符号を調べれば、表2のように示される。

表1　与件の変化（指数型効用関数）

| | $\xi^*$ | $\mu_p$ | $\sigma_p$ | E[u] |
|---|---|---|---|---|
| $\mu_2$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \mu_2} < 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \mu_2} > 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \mu_2} < 0$ | $\frac{\partial E[u]}{\partial \mu_2} > 0$ |
| $\sigma_2$ | ①式ならば、 $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_2} \underset{(<)}{>} 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_2} > 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_2} > 0$ | $\frac{\partial E[u]}{\partial \sigma_2} < 0$ |
| $\sigma_{12}$ | ②式ならば、 $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_{12}} \underset{(<)}{>} 0$ | ③式ならば、 $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_{12}} \underset{(<)}{>} 0$ | ⑤式ならば、 $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_{12}} \underset{(<)}{>} 0$ | ⑦式ならば、 $\frac{\partial E[u]}{\partial \sigma_{12}} \underset{(>)}{<} 0$ |
| $\mu_1$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \mu_1} > 0$ | ④式ならば、 $\frac{\partial \mu_p}{\partial \mu_1} \underset{(<)}{>} 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \mu_1} > 0$ | $\frac{\partial E[u]}{\partial \mu_1} > 0$ |
| $\sigma_1$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_1} < 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_1} < 0$ | ⑥式ならば、 $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_1} \underset{(<)}{>} 0$ | $\frac{\partial E[u]}{\partial \sigma_1} < 0$ |

① $\frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\mu_1 - \mu_2} \underset{(<)}{>} ART$　② $\frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\mu_1 - \mu_2} \underset{(>)}{<} ART$　③ $\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\mu_1 - \mu_2} \underset{(>)}{<} ART$

④ $-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\mu_1 - \mu_2}\right) \underset{(>)}{<} ART$　⑤ $-\frac{(\sigma_1^2 - \sigma_{12})(\sigma_2^2 - \sigma_{12})}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \underset{(>)}{<} ART^2$

⑥ $\left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\mu_1 - \mu_2}\right)^2 \underset{(<)}{>} ART^2$　⑦ $\frac{(\sigma_1^2 - \sigma_{12})(\sigma_2^2 - \sigma_{12})}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(\mu_1 - \mu_2)} \underset{(>)}{<} ART$

## 4．土地政策等の主体的均衡条件に及ぼす影響

土地政策が土地所有者個人の投資行動に与える影響は、収益分布に対して(1) 定額的な政策か(2) 定率的な政策かによって影響の現れ方が異なる。

（１）定額的な政策

たとえば、定額的な税が土地に課せられた場合は、$\partial \xi^* / \partial \mu_2 < 0$より、建設投資比率は増加することになる。逆に、建設投資に対して定額的な補助がなされるとすれば、$\partial \xi^* / \partial \mu_1 > 0$より、建設投資比率は増加することになる。

（２）定率的な政策

収益分布に対して定率的な課税等の効果は、一般には確定しない。たとえば定率的な土地課税は、地価の期待値つまりリターンを引き下げるが（$\Delta \mu_2 < 0$）、同時に標準偏差つまり「リスク」と共分散も縮小させる（$\Delta \sigma_2 < 0$、$\Delta \sigma_{12} < 0$）。従って、建設投資比率の変化$\Delta \xi^*$ の方向は、次式のように不明である。

$$\Delta \xi^* = \underset{(?)}{\frac{\partial \xi^*}{\partial \mu_2}} \cdot \underset{(-)}{\Delta \mu_2} + \underset{(\pm)}{\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_2}} \cdot \underset{(-)}{\Delta \sigma_2} + \underset{(\pm)}{\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_{12}}} \cdot \underset{(-)}{\Delta \sigma_{12}}$$

（？）（−）（−）　（±）（−）　（±）（−）

表2　与件の変化（無差別直線）

| | $\xi^*$ | $\mu_p$ | $\sigma_p$ | $\theta$ |
|---|---|---|---|---|
| $\mu_2$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \mu_2} < 0$ | ? | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \mu_2} < 0$ | $\frac{\partial \theta}{\partial \mu_2} > 0$ |
| $\sigma_2$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_2} > 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_2} > 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \sigma_2} > 0$ | $\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_2} < 0$ |
| $\sigma_{12}$ | ⑧式ならば、 $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_{12}} \underset{(<)}{>} 0$ | ⑨式ならば、 $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_{12}} \underset{(<)}{>} 0$ | ? | $\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{12}} < 0$ |
| $\mu_1$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \mu_1} > 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \mu_1} > 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial \mu_1} > 0$ | $\frac{\partial \theta}{\partial \mu_1} > 0$ |
| $\sigma_1$ | $\frac{\partial \xi^*}{\partial \sigma_1} < 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial \sigma_1} < 0$ | ? | $\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_1} < 0$ |
| d | $\frac{\partial \xi^*}{\partial d} > 0$ | $\frac{\partial \mu_p}{\partial d} > 0$ | $\frac{\partial \sigma_p}{\partial d} > 0$ | $\frac{\partial \theta}{\partial d} < 0$ |

⑧ ⑨ $\left(\frac{\alpha_1}{\sigma_1}\right)^2 \underset{(<)}{>} \left(\frac{\alpha_2}{\sigma_2}\right)^2$

同様に、容積率や建ぺい率の規制緩和は、建設投資収益のリターン増加を可能にするが（$\Delta \mu_1 > 0$）、同時に「リスク」と共分散も拡大させる（$\Delta \sigma_1 > 0$、$\Delta \sigma_{12} >$）。$\Delta \xi^*$ の方向は一般には不明である。

このような政策の下では、リターンの変化が与える影響と「リスク」変化が与える影響は互いに逆方向に作用する可能性があり、建設投資比率が増加するか否かは、共分散の項の影響も含めて、いずれの影響が卓越しているかによって決定されることになる。

## 5．おわりに

土地と建設投資の収益分布の変化が、土地所有者個人の資産選択行動に与える影響について、検討をおこなった。特に、収益分布に対して定率的な影響を及ぼす政策については、期待値つまりリターンの効果だけでなく、逆方向の影響を及ぼす可能性が強い「リスク」の効果の重要性を指摘しておきたい。

ただ、ここでの結果は土地所有者個人についてにとどまっている。政策効果を検討するには都市空間全体を対象とした、多数の部分市場の同時均衡という意味での一般均衡的取り扱いを必要とする。今後の課題としたい。