

砂質土の弾性挙動と塑性挙動の分離

鹿児島大学工学部 学○松元正俊 正 三隅浩二

1. はじめに 学部で習う土質力学の演習では、砂は剛体や弾性体と仮定する。一方、ケンブリッジ学派は砂の構成式(グラントグラベルモデル)を塑性挙動(関連流れ則)だけで表現した¹⁾。このように砂は非常に理解しにくい材料である。そこで本報告では、応力レベルに対応して弾性挙動、塑性挙動がどのように発展して行くのかを、応力ひずみ曲線から直接検出する方法を提案して砂のせん断挙動を考察している。

2. 等方弾性、流れ則に従う挙動、塑性圧縮挙動の分離 式(1)は、横断等方弾性体の構成式である。右辺第1項は軸方向に応力が生じたとき、右辺第2項は軸直交方向に応力が生じたときに働く構成則を表している。Kは体積ひずみの生じにくさ、Gはせん断ひずみの生じにくさを表す。文献2で示したように、右辺第1項を構成するサフィックスVのついた変形係数は拘束圧一定排水三軸圧縮試験より直接決定することができる。同様に、軸圧一定排水三軸圧縮試験を行えば、右辺第2項のサフィックスHのついた変形係数を求めることができる。式(2)はコンプライアンスマトリクス[C]を p^n で正規化して表したものである。nの値は、正規粘土で $n=1$ 、今回砂に対しては $n=0.57$ が妥当的な値であった。この正規化により、マトリクス $[C p^n]$ の成分はすべて応力比 σ_1/σ_3 だけに依存する値となる。

この $[C p^n]$ を式(1)の横断等方弾性体の変形係数で表すことができる(式(2)参照)。すなわち、拘束圧一定試験と軸圧一定試験を別々に実施して p^n の正規化を施せば、 $[C p^n]$ のすべての成分を決定することができる。さて、一般的な弾塑性理論を仮定すれば $[C p^n]$ を3つの成分に分けることができる。式(3)の右辺第1項は等方弾性挙動で $(C_1 p^n)^e$ 、 $(C_4 p^n)^e$ は一定値をとる。右辺第2項は流れ則に従う塑性挙動、右辺第3項は流れ則に従わない塑性圧縮である。ここで、流れ則に従う $[C p^n]^F$ の逆行列は存在しないので $\det [C p^n]^F = 0$ である。したがって、式(3)を考慮すれば式(4)が得られる。

これら式(1)～式(4)の諸式を用いて砂のせん断挙動の逆解析が行える。図1は、ラディモデルより得られる拘束圧一定($\sigma_3=20.0\text{Kgf/cm}^2$)および軸圧一定($\sigma_1=39.8\text{Kgf/cm}^2$)排水三軸圧縮試験のせん断挙動である。これらより式(3)の左辺 $[C p^n]$ のすべての成分が得られる(図2の●○、図3、図4の●のプロット)。弾性挙動 $(C_1 p^n)^e$ 、 $(C_4 p^n)^e$ をせん断開始時($\sigma_1/\sigma_3=1$)に決定すれば(図3、図4の□のプロット)、最後に式(4)を使って塑性圧縮 $(C_1 p^n)^c$ を求めることができる。図3の○は $(C_1 p^n)^e + (C_1 p^n)^F$ を表しているが、●と○のギャップが塑性圧縮 $(C_1 p^n)^c$ を示している。

3. おわりに ラディモデルの弾塑性パラメータ(14個)を決定するためには、拘束圧の異なる数多くの三軸試験を行う必要がある。本研究が降伏関数やパラメータを決定する問題にまで発展できるかどうか今のところまだわからないが、高々2本の三軸試験より砂のせん断挙動を大ざっぱにでも分析できたことの意義は大きいと考えている。

参考文献

- 1) Schofield, A. and Wroth, P. : Critical State Soil Mechanics, McGRAW-HILL, pp.89-166, 1968.
- 2) 大山博文, 三隅浩二: 直交異方性パラメータによる構造異方性の考察, 平成4年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, 1993.
- 3) Poul V. Lade : Elasto-Plastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil with Curved Yield Surface, Report to the National Science Foundation, Grant No. GK37445, 1975.

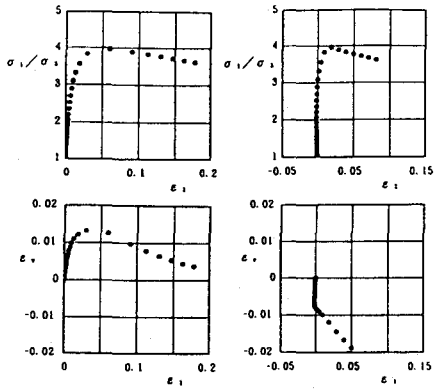


図1 拘束圧一定、軸圧一定排水せん断挙動

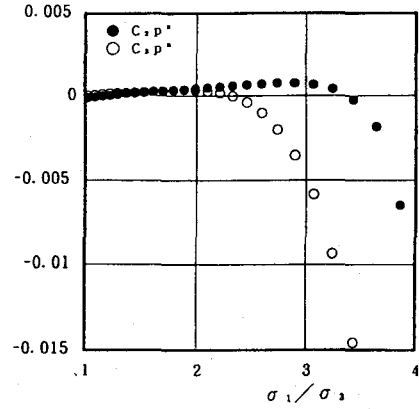


図2 \$(C_2 p^*)\$, \$(C_3 p^*)\$ の変化

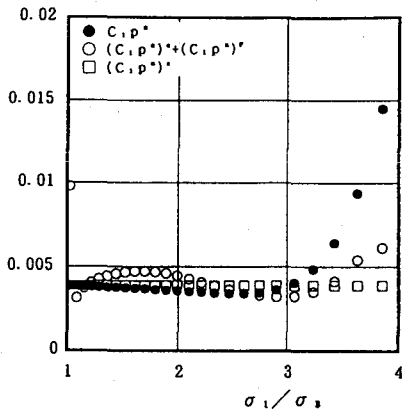


図3 \$(C_1 p^*)\$ の変化

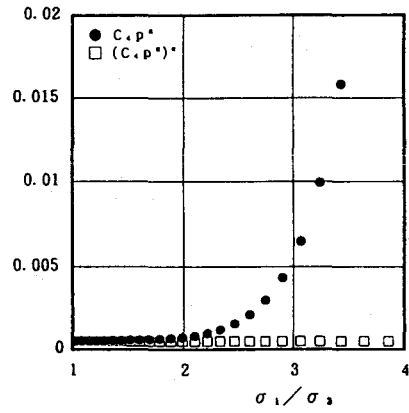


図4 \$(C_4 p^*)\$ の変化

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{K_v} & \frac{2}{9} & \frac{1}{K_v} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{G_v} & \frac{2}{9} & \frac{1}{G_v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{K_H} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{K_H} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{G_H} & \frac{1}{9} & \frac{1}{G_H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad \dots (1)$$

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_s \end{Bmatrix} = \frac{1}{p^*} \begin{bmatrix} C_1 p^* & C_2 p^* \\ C_3 p^* & C_4 p^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \frac{1}{p^*} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \left(\frac{p^*}{K_v} + \frac{2p^*}{K_H} \right) & \frac{2}{9} \left(\frac{p^*}{K_v} - \frac{p^*}{K_H} \right) \\ \frac{1}{3} \left(\frac{p^*}{G_v} - \frac{p^*}{G_H} \right) & \frac{2}{9} \left(\frac{p^*}{G_v} + \frac{p^*}{2G_H} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad \dots (2)$$

$$\begin{Bmatrix} (C_1 p^*) & (C_2 p^*) \\ (C_3 p^*) & (C_4 p^*) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (C_1 p^*)^* & 0 \\ 0 & (C_4 p^*)^* \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (C_1 p^*)^f & (C_2 p^*)^f \\ (C_3 p^*)^f & (C_4 p^*)^f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (C_1 p^*)^c & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

$$\det[C p^*]^f = \{(C_1 p^*) - (C_1 p^*)^* - (C_1 p^*)^c\} \{(C_4 p^*) - (C_4 p^*)^*\} - (C_2 p^*)^f (C_3 p^*)^f = 0 \quad \dots (4)$$