フラクタルモデルを用いた降雨の空間スケールについて(第二報)

九州大学大学院　学生員○安道竜也　東京都水道局　正　員　小川　進
九州大学工学部　正　員　平野宗夫　九州大学工学部　正　員　森山聡之

1.はじめに

降雨現象は、予測困難な確率論モデルで記述される事象である。ところで、Mandelbrot[1,2]が提起したフラクタルは、自然の形態の観察から決定論モデルが確率論モデルに代り得る可能性を示した。すなわち、自然の形態は、その複雑な形態がフラクタル次元というパラメータで簡便に記述できる。そのフラクタルの理論を降雨現象に用いた論文も多い[3,4]。Lovejoyら[4]は降雨の時空間分布がフラクタルで特徴づけられるベキ分布にしたがうことを示した。すなわち、非整数ブラウン運動[1]と呼ばれるフラクタル次元で特徴づけられる不規則過程により、降雨の時空間分布は記述される。筆者らは、このような考え方を用いて、九州北部レーダの降雨データからフラクタル次元を計算した[5]。本研究では、川崎市の高解像度データにより観測されたデータからフラクタル次元を求め、その異同を明らかにすることを目的とする。

2.フラクタルモデル

Mandelbrotが提示した時空間分布するフラクタルを表す関数が、非整数ブラウン運動であり、次式で定義される[1,2]。

$$B_H(x) = I^{H-1/2}(B(x)) \qquad (1)$$

$$= \frac{1}{\Gamma(H+\frac{1}{2})}\int_{-\infty}^{x}(x-y)^{H-1/2}dB(y)$$

この関数には次のような自己相似性の特徴がある。

$$B_H(x+k\Delta x) - B_H(x) = k^H\{B_H(x+\Delta x) - B_H(x)\} \qquad (2)$$

ここで、$B_H(x)$:非整数ブラウン運動、I:積分演算子で指数は積分の階数、H:Hurst数[6]、$B(x)$:ブラウン運動、Γ:ガンマ関数、y:積分変数、Δx:増分、k:任意の実数で、その一階微分が白色雑音である。図-1に示すように、この関数はHの増加にともない、激しい変動から滑らかな変動まで連続的に表現できる。

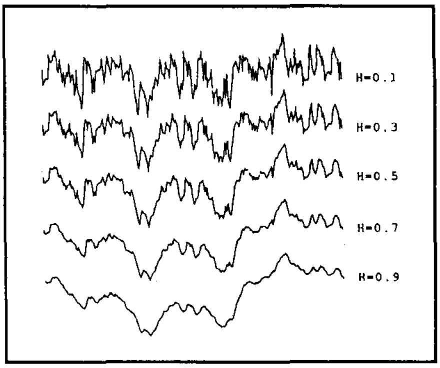

図-1 非整数ブラウン運動　参考文献7)より

この$B_H(x)$を降雨強度Rに用いて、次の関係式が定義される[2]。

$$\mathrm{E}[\{R(s) - R(t)\}^2] = \mathrm{V}_H \| s - t \|^{2H} \qquad (3)$$

$$D = 3 - H \qquad (4)$$

ここでE[ ]:期待値(分散)、s,t:レーダ観測範囲内の任意の二地点の位置、$\| s - t \|$:s,t間の距離、V_H:Hによって決る定数、D:フラクタル次元である。

3.レーダ雨量データ

川崎市下水道局のレーダ(川崎市栗木台)により観測されたデータを用いた。このレーダのデータは極座標メッシュでレーダサイトから半径120kmが観測範囲である。時間解像度は、前回使用した建設省九州北部レーダが5分であるのに対し、川崎市下水道局のレーダは2.5分であり、空間解像度は、九州北部レーダが半径方向3km、角度方向2.8125°であるのに対し、川崎市のレーダは半径方向0.5km(レーダサイトから0～40km), 1.0km(同40～120km)、角度方向1.40625°である。

今回、計算に使用したのは、1991年10月7日00時00分の観測データであり、レーダサイトから半径120km内を対象とした。

4.降雨の空間分布のフラクタル解析

降雨の空間分布のフラクタル解析は、(4)式を用いてフラクタル次元を導出することで行なう。その結果、フラクタル次元D=2.80(図-2参照)となり、九州北部レーダのもの(図-3参照)(層状性降雨・平均2.74、対流性バンド状降雨・平均2.69)[5]よりも大きな値になった。

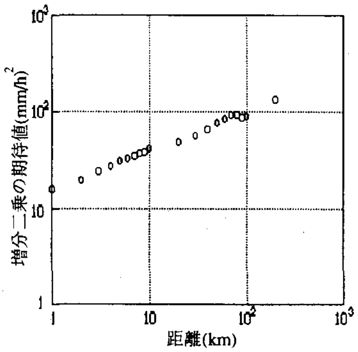

図-2 川崎市下水道局レーダ '91 10/7 00:00 D=2.80

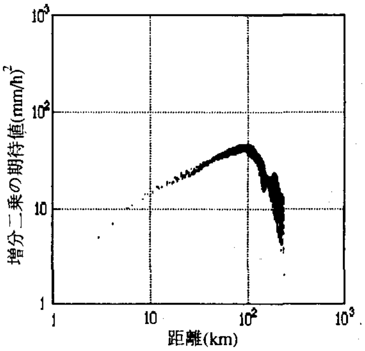

図-3 建設省九州北部レーダ '88 5/3 12:20 D=2.75

5.計算結果と降雨域の乱流構造

乱流構造のスケーリングについては、多くの研究があるが、フラクタルとの関係では、Richardsonの4/3乗則とKolmogorovの5/3乗則が特に有名である[8]。

そのうちの一つ、Kolmogorovの5/3乗則は、乱流のエネルギースペクトルにおいて、慣性領域が波数kの -5/3乗に従って、エネルギーの散逸が生じるというものである。エネルギースペクトルの勾配 - βとDとの関係は次式を満たす。

$$\beta = 2E - 2D + 3 \qquad (5)$$

ここで、E:位相次元である。すなわち、二次元ではD=8/3≒2.67となる。九州北部レーダの計算結果[5]において、対流性バンド状降雨の空間分布のDの平均2.69はまさに乱流構造そのものが反映していると言える。本研究で、川崎市のレーダにおけるフラクタル次元の計算結果はD=2.80となり、九州北部レーダのものとは異なる値を示した。これは九州北部レーダの観測当日の降雨が、対流性バンド状や層状性のデータが主であったのに対し、川崎市のデータには、単一の対流性セルしかなかったためであると考えられる。フラクタル次元2.8という値は、筆者らが以前計算した降雨強度等値線のフラクタル次元約1.8という値[9]と小数部分のもつ意味が同じであると思われる。

6.結論と今後の予定

降雨強度の空間分布のフラクタル次元は、建設省九州北部レーダと川崎市下水道局のレーダとでは異なる値を示した。今回の川崎市レーダのデータを用いた計算は、一個の観測データについてしか行っていないので、さらに、多種類・長期間の降雨パターンで計算を行う必要があると思われる。

参考文献　1)Mandelbrot, B. B. : The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman and Company, New York, 1983. 2)Mandelbrot, B. B. *et al* : Fractional Brownian motion, fractal noise and applications. : SIAM Review 10, 4, 1968. 3)Lovejoy, S. : Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas. :Science 216, pp185-187, 1982 . 4)LOVEJOY, S. *et al* : Fractal properties of rain, and a fractal model. : Tellus 37A, 1985. 5)森山ら：距離と降雨強度の関係に着目した降雨域の空間スケールについて、土木学会第47回年次学術講演会、6)MANDELBROT, B. B. *et al* : Noah, Joseph, and Operational Hydrogy : Water Resorces Research, Vol. 4, No. 5, 1968 7)Peitogen, H. -O., *et al* : The Science of Fractal Images, Springer-Verlag Tokyo, 1990. II-245, 1992. 8)高安秀樹：フラクタル、朝倉書店、1986. 9)安道ら：フラクタル次元を用いた雨域の空間特性に関する研究：土木学会第46回年次学術講演会、II-11, 1991.