

三角形断面開水路における流れ方向に密度勾配をもつ流れ

長崎大学工学部 学生員 ○城戸 和寿
" 栗栖 弘行
" 正 員 古本 勝弘

1. はじめに

海水侵入がある河川感潮域の流れは、縦方向に密度勾配をもち、また流速の横断方向分布が幅方向にも密度勾配を生むため、縦横断2方向に重力循環流を内在させると考えられる。この循環流は、断面内の主流速や密度の分布に影響するため、感潮域の分散係数や物質の拡がりを解析する上で知る必要のある基本的流れである。このような流れの生起を説明するため、最も単純なモデルとして、アスペクト比 ($\beta = B/H$) の大きな三角形断面水路を考え、理論的・実験的に流れの解析を試みた。

2. 基礎式と摂動法による解析

流れは、図-1に示す三角形水路をx方向に直線の密度勾配をもつて流れる定常等流とする。断面平均流速 $\bar{u}$ で移動する座標 $\eta = x - \bar{u}t$ に対して密度は定常が保たれるとして、(1)式で表す。

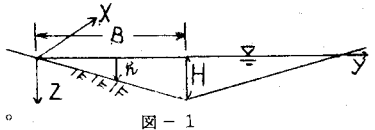


図-1

$$\rho = \rho_0 + \langle \rho \rangle \left\{ 1 + \nu \left(\frac{x}{H} + \theta(y, z) \right) \right\} \quad (1) \quad \zeta = z/h, \quad \eta = y/B, \quad \tilde{h} = h/H, \quad \eta = \tilde{\eta}$$

x方向の運動方程式を無次元表示すると、(2)式で示す密度流効果を支配するパラメータ σ を含み、流速や密度の分布は σ に影響されることが分かる。そこで、以下の諸量を σ をパラメータに1次まで摂動展開し、(3)式のようにおく。

$$\sigma = \frac{\langle \rho \rangle \nu g H}{2 \rho_0 U^2} \quad (2) \quad \begin{cases} \tilde{u} = \tilde{u}_0 + \sigma \tilde{u}_1, & \tilde{v} = 0 + \sigma \tilde{v}_1, & \tilde{w} = 0 + \sigma \tilde{w}_1, & \theta = \theta_0 + \sigma \theta_1 \\ \rho = \rho_0 + \sigma \rho_1, & \tilde{\epsilon}_z = \tilde{\epsilon}_{z0} + \sigma \tilde{\epsilon}_{z1}, & \tilde{\epsilon}_x = \tilde{\epsilon}_{x0} + \sigma \tilde{\epsilon}_{x1} \end{cases} \quad (3)$$

ここに、流速 $\tilde{u}$ 等は $U_* = \sqrt{\sigma H I}$ で、渦動粘性 $\tilde{\epsilon}$ と渦拡散係数 $\tilde{e}$ は $h u_*$ でそれぞれ無次元表示したものである。 $\tilde{\epsilon}_x, \tilde{e}_x$ は σ の影響は受けないとし、また $\tilde{\epsilon}_z, \tilde{e}_z$ は水深方向に変化せず、一定値とする。

(3)式をx, y方向運動方程式、連続式、密度保存式に代入すると、 σ に関する0, 1次の式は、

$$0次: \frac{\tilde{\epsilon}_{y0}}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \eta} \right) + \frac{\tilde{\epsilon}_{z0}}{\sqrt{\eta}} \frac{\partial^2 \tilde{u}_0}{\partial \zeta^2} = -1 \quad (4) \quad \frac{\tilde{\epsilon}_{y0}}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \theta_0}{\partial \eta} \right) + \frac{\tilde{\epsilon}_{z0}}{\sqrt{\eta}} \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \zeta^2} = \tilde{u}_0 - \bar{U}_0 \quad (5)$$

$$1次: \begin{cases} \frac{\tilde{v}_1}{\beta} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \eta} + \frac{\tilde{w}_1}{\eta} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \zeta} = -2\eta\zeta + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\tilde{\epsilon}_{x1} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \eta} + \tilde{\epsilon}_{y0} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\sqrt{\eta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\tilde{\epsilon}_{x1} \frac{\partial \tilde{u}_0}{\partial \zeta} + \tilde{\epsilon}_{y0} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial \zeta} \right) & (6) \\ \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0 U_*^2} \right) = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\tilde{\epsilon}_{y0} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\sqrt{\eta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\tilde{\epsilon}_{y0} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \zeta} \right) & (7) \\ \frac{1}{\beta} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial \zeta} = 0 & (8) \\ (\tilde{u}_1 - \tilde{U}_1) + \frac{\tilde{v}_1}{\beta} \frac{\partial \theta_0}{\partial \eta} + \frac{\tilde{w}_1}{\eta} \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\tilde{e}_{x1} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \theta_0}{\partial \eta} + \tilde{e}_{y0} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\sqrt{\eta}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\tilde{e}_{x1} \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta} + \tilde{e}_{y0} \frac{\partial \theta_1}{\partial \zeta} \right) & (9) \end{cases}$$

これらの式を解く境界条件は、slip velocityを許すこととして、

$$\text{底面: } \tilde{w}, \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0, \quad \tilde{u} = x, \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \zeta}, \quad \tilde{v} = x, \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \quad \text{水面: } \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \zeta}, \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta}, \tilde{w}, \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0$$

また、 $\eta=1$ で各量の $\partial/\partial \eta = 0$ 。(4)~(9)の解は紙面の都合で省き、後掲の図にその計算結果を示す。

3. 実験

実験は図-2に示すベルト走行水路で行った。水路幅方向に底板を傾斜させ、図-1の片側半分の断面をもつ水路に、栈粗度を貼ったベルトを走行させ、走行方向の上流端から淡水を、もう一方の端から塩水を注入し、水路中で縦方向に密度勾配をもつ成層せん断流を作った。注入する淡・塩水の流量は

塩水側の末端の堰から越流し、水路中の水位は一定に保たれている。流速は2次元LDA流速計で u, v を計っている。LDAによる水路側壁からの計測は、光路長が長くなると、密度の乱れで光の微妙な屈折率の変化と光の透過率の減少があつてできないため、水面上から計った。ただし、そのままでは水面上に小波があつて、レーザ光の焦点を固定できないため、径2cmの透明アクリ板を水面上に接触させ、これを通して計測した。密度分布は図-2のA,B,C 3点において電導度計を用いて計った。塩水の密度と注入量、淡水流量、ベルト速度を変化させ、パラメータ σ の異なる流れを作ることができる。

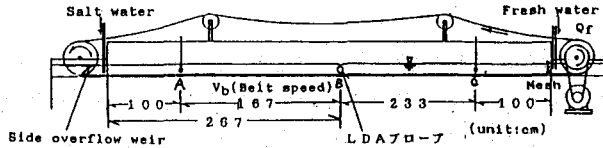


図-2

4. 実験結果と計算の比較

計算では、 $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}$ として、 z 方向の値は、流速の対数則を鉛直平均して求められる値 $\tilde{\varepsilon}_{z0} = 0.06B$ 、 y 方向の値は Fischer らが纏めた値の平均値 $\tilde{\varepsilon}_{y0} = 0.35$ を使い、 $\tilde{\varepsilon}_{y0} = -1.8\tilde{\varepsilon}_{z0}$ とした。

$\tilde{u}$ について、流れの条件は同一で、塩水注入のある場合とない場合の実験結果を図-3(a), (b)に示す。図-3(a)には計算の $\tilde{u}_0, \tilde{u}_1$ を重ねて描いた。図-4に鉛直平均の $\tilde{u}$ の横断分布を示した。これらによると、鉛直分布形は実験と計算で近似していると見えるが、平均流速はかなり差がある。塩水を注入すると鉛直速度勾配を大きくするとともに、平均流速は深い側の流速は減じ、浅い側は増加する。 $\tilde{u}_1$ の計算結果は、平均流速のこの変化を説明している。

$\tilde{v}$ について比較を図-5に示す。 v は極めて微弱な流速のため、実験技術的に精度は望めないが、2次流の傾向は一致する。 θ の鉛直平均の横断分布を図-6に示す。実線は θ_0 の計算結果である。

断面内で θ が η 方向に減少するため、 v は底層で正、表層で負となる循環流を生じ、主流速と密度を平均化する効果を生むことが分かる。

[参考文献] 1) 村中ら：平成3年度西部支部講演概要集，pp.232

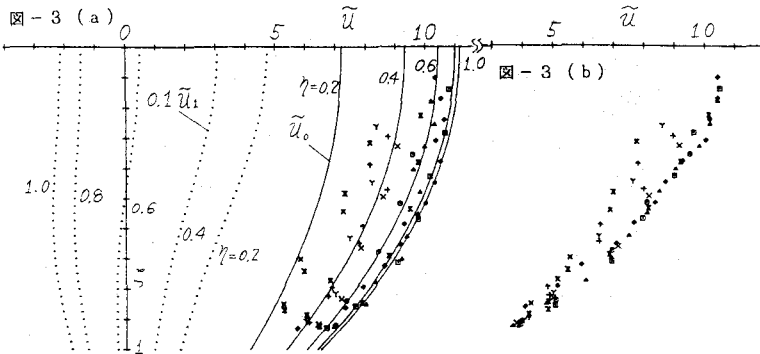


図-4

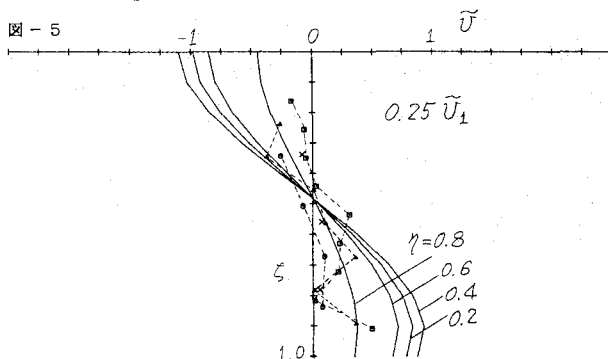
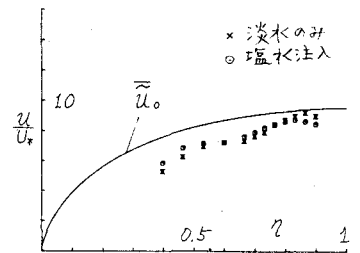


図-6

