

支点が動きうる偏平ケーブルの動的安定性

長崎大学工学部 学生員 ○鎌田 智之 正 員 高橋 和 雄
学生員 町田健一郎 学生員 松野 進

1. まえがき 斜張橋の主塔や桁の振動によって、ケーブルに振幅の大きな局部振動が発生する可能性があることが指摘されている。この振動の原因の一つに係数励振振動が考えられており、最近いくつかの研究が見られる。著者ら¹⁾は、ケーブルの支点が変形にたいして軸方向に拘束されていると仮定した解析している。

¹⁾ ケーブルの支点は完全拘束ではないので、ケーブルの支点が動きうる場合の解析も必要である。本研究ではケーブルの支点が動きうる場合の動的安定の解析結果を報告する。

2. 運動方程式 任意のサグのある弾性ケーブルの運動方程式は、次式のように与えられる²⁾。

接線方向のつりあい方程式：

$$\frac{\partial}{\partial s} \{EA\epsilon + (P+EA\epsilon) \left(\frac{\partial u}{\partial s} - Kw \right) \} - K(P+EA\epsilon) \left(\frac{\partial w}{\partial s} + Ku \right) = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

法線方向のつりあい方程式：

$$\frac{\partial}{\partial s} \{ (P+EA\epsilon) \left(\frac{\partial w}{\partial s} + Ku \right) \} - K \{ EA\epsilon + (P+EA\epsilon) \left(\frac{\partial u}{\partial s} - Kw \right) \} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\text{ここに} \quad \epsilon = \frac{\partial u}{\partial s} - Kw + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial s} - Kw \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial s} + Ku \right)^2 \right\}$$

$$P = \sqrt{H_e^2 + (mgs)^2}, \quad K = mgH_e / \{ H_e^2 + (mgs)^2 \}$$

u : 接線方向のたわみ、 w : 垂直方向のたわみ、 t : 時間、 m : ケーブルの単位長さあたりの質量、 f : ケーブルのサグ、 E : ヤング率、 A : 断面積、 P : ケーブル張力、 ϵ : Lagrange表示のひずみ、 K : ケーブル曲率、 H_e : 初期水平張力、 s : ケーブルの中心軸に沿っての座標系。

ケーブルのサグが小さく、偏平ケーブルとみなせる場合には、ケーブルの軸力と曲率は次のようになる。

$$P \doteq H_e, \quad K \doteq mg/H_e = K_e \quad (3)$$

ここに、 $K_e = 8f/l^2$: 放物線ケーブルの曲率、 l : ケーブルのスパン。

図-1に示すような支点が動きうる偏平ケーブルが変動軸方向力を受ける場合のケーブル張力の動的成分は、横方向の慣性力を無視することによって時間関数のみで表わされる。

$$T_d(t) = EA \left(\frac{\partial u}{\partial s} - Kw \right) = H_t \cos \Omega t \quad (4)$$

ここに、 Ω : 変動水平張力の円振動数、 H_t : 変動軸方向荷重の振幅。

式(4)を積分し境界条件を考慮すると、 u は w によって表わされる。

運動方程式を線形化し、曲率 K_e のオーダーまで採用し、境界条件を考慮すると式(2)は次式のように変形される。

$$L(w) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (H_e + H_t \cos \Omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K_e H_t \cos \Omega t = 0 \quad (5)$$

ケーブルの支点が動きうる場合の運動方程式には、ケーブルのサグに起因する荷重項が含まれる。このため従来の動的安定解析方法は適用することができない。

3. 解法 式(5)の解を、次の変数分離形に仮定する。

$$w = l \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) W_n(x) \quad (6)$$

ここに、 $T_n(t)$: 未知の時間関数、 $W_n(x)$: 境界条件を満足する座標関数

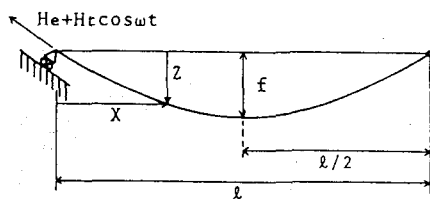


図-1 ケーブルの一般図

上式の座標関数Wとして、弦の固有振動形を用いる。式(7)に Galerkin法を適用すると、次式が得られる。

$$\ddot{T}_n + 2h\omega_n\dot{T}_n + \omega_n^2(1 + \bar{H}_1 \cos \bar{\omega} \tau)T_n + \frac{16((-1)^n - 1)}{n\pi^3} \gamma \bar{H}_1 \cos \bar{\omega} \tau = 0 \quad (7)$$

ここに、 $\omega_n = n\pi/n_0$: n 次の無次元固有円振動数、 $n_0 = \sqrt{H_0 \pi^2 / m \ell^2}$: 弦の1次の固有円振動数、 n_n : ケーブルの1次の固有円振動数、 $\gamma = f/\ell$: サグ比、 $\bar{\omega} = \Omega/n_0$ 、 $\tau = n_0 t$ 、 $\bar{H}_1 = H_1/H_0$ 。

式(7)を2元連立の1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法を適用して初期変位および初期速度0のもとに直接数値積分して、時間応答解析を行う。

4. 数値結果 図-2に応答振幅と加振振動数 $\bar{\omega}$ との関係をサグ比をパラメーターに示した減衰定数($h=0.005$)

。支点が拘束された場合 $2\omega_1=2.0$ および $2\omega_1=1.0$ 付近でのみ発散振動が生じるが、支点が動く場合には強制力の項の存在によって、あらゆる振動数領域で振動が発散する。図のように支点が動く場合には、 $\omega_1=1.0$ 付近で共振による振幅が大きくなっている。図-3は応答振幅と加振振動数 $\bar{\omega}$ との関係を励振力 $\bar{H}_1$ をパラメーターに表示した($h=0.005$)。 $2\omega_1=2.0$ の主不安定領域の振幅が大きくなる。サグ比 $\gamma=0.02$ 、励振力 $\bar{H}_1=0.3$ のケーブルの応答振幅に及ぼす減衰の影響を図-4に示す。減衰は、 $\omega_1=1.0$ 付近の強制振動の振幅に効くが、 $2\omega_1=2.0$ 付近の主不安定領域の振幅には効かない。

5. まとめ 支点が動かない場合との比較については講演時に発表する。

参考文献 1)高橋・一ノ瀬・町田・夏秋：構造工学論文集, Vol.38A,1992

2)N.C.Perkins:Journal of Sound and Vibration,Vol.156,No.2,1992

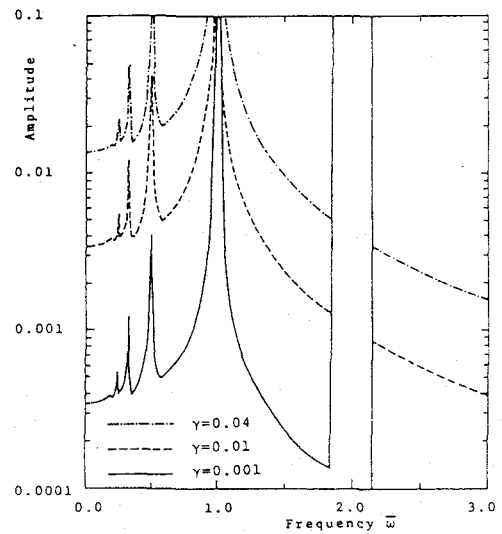


図-2 応答曲線($\bar{H}_1=0.3, h=0.005$)

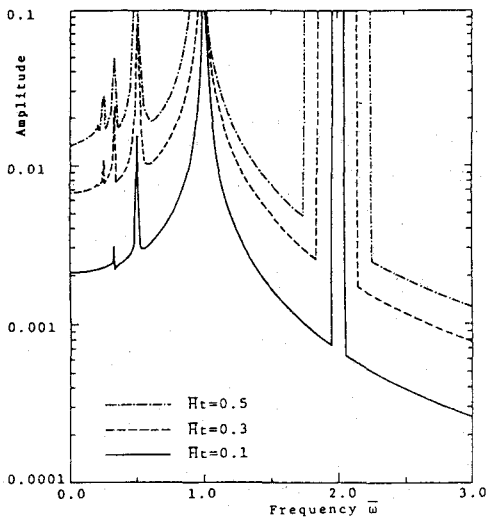


図-3 応答曲線($\gamma=0.02, h=0.005$)

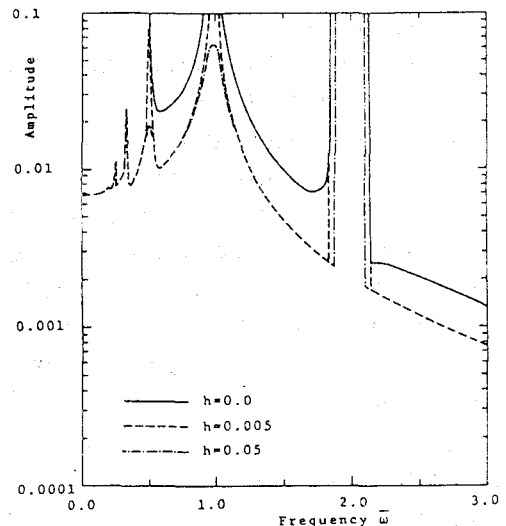


図-4 応答曲線($\gamma=0.02, \bar{H}_1=0.3$)