

H[∞]制御理論による地震外力を受ける構造物の振動制御

長崎大学工学部 学生員○小松正貴 長崎大学工学部 正 員 岡林隆俊
長崎大学大学院 学生員 山本 実 オイレス工業(株) 正 員 下田郁夫

1. はじめに

構造物の高層化・長大化に伴って、地震、風などの不規則外力による振動制御が問題になっている。一般に、構造物は高次の自由度から形成されているが、制御系の設計を行うためには、低次元化した制御モデルを考える必要がある。しかし、低次元化したモデルで制御系の設計を行うと、無視された高次のモードの影響によりスピルオーバー問題が生じる。H[∞]制御理論は、フィルターの状態方程式を組み込むことによってスピルオーバー問題を抑制できることが知られている。本研究は、H[∞]制御理論⁽¹⁾を用いることにより、レギュレータ理論による制御⁽²⁾と比較して、どの程度構造物の応答が低減させられるかをシミュレーションにより検討したものである。

2. 制御対象構造物

制御対象とする構造物は、図-1のような5層の骨組み構造物である。これを5質点系にモデル化し、3次まで振動を制御する。このモデルの解析と実測による振動数、および減衰定数を表-1に示した。振動モードはすでに文献⁽³⁾において報告している。

3. H[∞]制御理論による最適フィードバックゲイン

構造系の運動方程式は、状態空間表示すると、(1)式のような状態方程式がえられ、5質点目を観測するとすれば、観測量は、(2)式のように表される。

$$\dot{\mathbf{X}}_r(t) = \mathbf{A}_r \mathbf{X}_r(t) + \mathbf{B} \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_r \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{C}_r \mathbf{X}_r(t) \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{X}_r(t)$ は、基準座標から構成される状態変数ベクトル

$$\mathbf{X}_r(t) = [q_1 \quad \dot{q}_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_2 \quad q_3 \quad \dot{q}_3]^T \quad (3)$$

である。

次に、制御量の周波数形成をするフィルターの方程式を、次式で表し、それぞれを、 $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$ とする。

$$\begin{cases} \ddot{\nu}_1 + 2\zeta_1\Omega_1\dot{\nu}_1 + \Omega_1^2\nu_1 = k_{r1}\Omega_1 r(t) \\ z_1 = \Omega_1\nu_1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \ddot{\lambda}_1 + 2\zeta_2\Omega_2\dot{\lambda}_1 + \Omega_2^2\lambda_1 = k_{r2}u(t) \\ z_2 = \dot{\lambda}_1 + 2\zeta_3\Omega_3\dot{\lambda}_1 + \Omega_3\lambda_1 \end{cases} \quad (5)$$

各フィルターを図-2に示した。 ΔP は、5自由度系の構造物と3自由度系の制御系との誤差である。

フィルターの方程式を含む拡大系の状態空間表現は、次のようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{12} \mathbf{u}(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{X}_r \quad \nu(t) \quad \lambda(t)]^T$ 、 $\nu(t) = [\nu_1 \quad \nu_2]^T$

$$\lambda(t) = [\lambda_1 \quad \lambda_2]^T, \mathbf{w}(t) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]^T \cdot \mathbf{w}(t)$$

$$\text{制御量: } \mathbf{z}(t) = [z_1 \quad z_2]^T, \text{観測量: } \mathbf{y}(t) = [y_s(t) \quad \nu(t) \quad \lambda(t)]^T$$

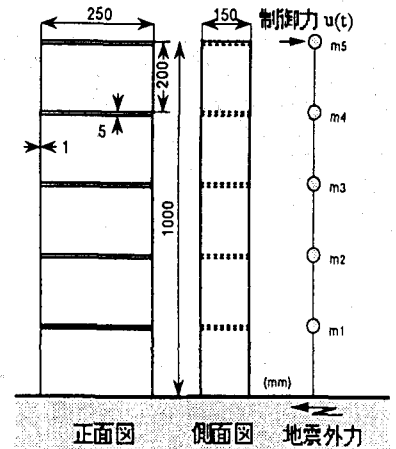


図-1 構造物模型と制御モデル

表-1 構造物模型の振動特性

振動次数	固有振動数 (Hz)			減衰定数
	有限要素法	5質点系	実測値	
1次	2.369	2.430	2.390	0.0064
2次	7.247	7.290	7.520	0.0050
3次	11.98	12.01	12.70	0.0045
4次	15.90	15.92		
5次	18.47	18.48		

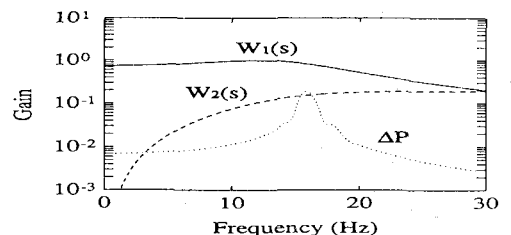


図-2 フィルターの構成

(6)、(7)、(8)式のような系に対して、(9)式のような H^∞ ノルムを満足するような γ を定め最適フィードバックゲイン F を決定する考え方が、 H^∞ 制御理論である。

$$\left\| \begin{array}{c} W_1(s)M(s)/\gamma \\ W_2(s)N(s) \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (9)$$

$$u(t) = Fx(t) \quad (10)$$

ここで、 $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$ は、それぞれ低周波数域、高周波数域で高ゲインを持つ重み関数で、 $M(s)$ 、 $N(s)$ は、それぞれ外乱から制御量と制御力までの伝達関数である。また、このときの最適フィードバックゲインは、次のリカッチ方程式の正定解 P を求めることにより決まる。

$$A_1^T P + P A_1 + P (B_1 B_1^T / \gamma^2 - B_2 B_2^T) P + C_1^T (I - D_{12} D_{12}^T) C_1 + \varepsilon I = 0 \quad (11)$$

$$F = -B_2^T P - D_{12}^T C_1 \quad (12)$$

4. 数値解析と考察

構造物に作用させる外力として、図-3に示すようなEl Centro地震の加速度波形を用いた。制御なしと、レギュレータ理論により制御をかけた場合の5層の速度応答を図-4に示した。実線が制御をかけた場合である。また、図-5に破線で示したものが、この理論により制御をかけた場合の周波数応答である。点線の制御なしの場合に比べると、1次、2次、3次の振動数付近のピークがカットされている。

次に、周波数形成を考えた H^∞ 理論による制御を行った。この場合、任意に決めるパラメータ γ 、 ε があるが、これらの最適値を決め、その結果をレギュレータ理論の場合と合わせて、図-5と図-6の(a)に示した。 γ -Iterationにより、 γ を求めた結果 $\gamma=1$ が最適値であることが分かった。次に ε を変化させ応答を見ると、 ε を大きくすると制御効果が大きくなることが分かった。しかし、 ε は制御力に関係しているので ε を大きくすることはできない。

図-5は、 $\gamma=1$ 、 $\varepsilon=0.95$ のときの周波数応答と時刻歴応答を示したものである。周波数応答では3次振動に対する制御がかかっていない。そこで、 $\gamma=1$ として $\varepsilon=5.0$ とした結果を図-6に示した。(a)から分かるように、3次振動のレベルが低下し、制御ができていることが分かる。また、時刻歴応答も ε を大きくすると小さくなっている。

5. まとめ

H^∞ 理論による制御の効果を調べた。 γ と ε の選定によって、制御効果が変わる。 H^∞ 制御の効果がシミュレーションにより明らかになった。

[参考文献] (1) 美多, 電気学会誌, 1990, pp649-pp652.

(2) 入門現代制御理論 啓学出版 (3) 奥松ら, 土木学会 第47回概要集, 1992, pp544-545.

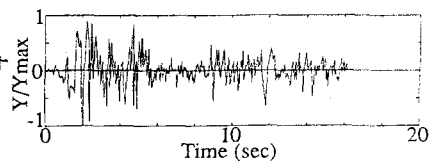


図-3 地震外力

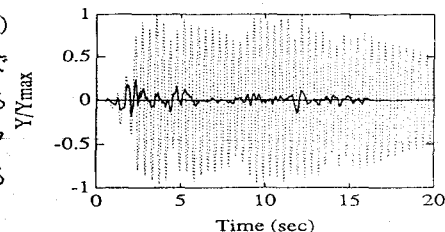


図-4 5層速度応答波形

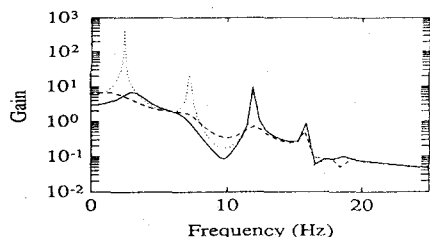


図-5 (a) $\gamma = 1$ $\varepsilon = 0.95$

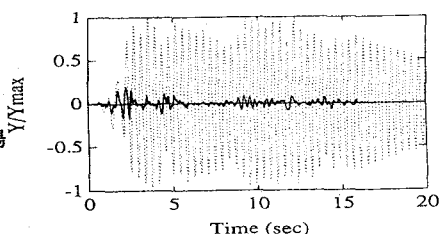


図-5 (b) $\gamma = 1$ $\varepsilon = 0.95$

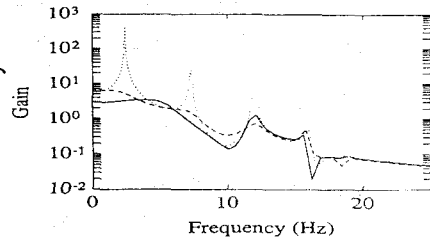


図-6 (a) $\gamma = 1$ $\varepsilon = 5.0$

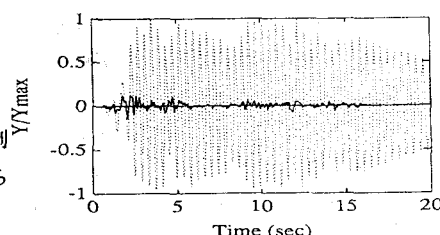


図-6 (b) $\gamma = 1$ $\varepsilon = 5.0$