

対称積層した長方形板の動的安定性

長崎大学工学部 学生員 ○江島裕章

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 佐藤栄司

1. まえがき 近年、FRP(繊維強化プラスチック)は比強度、比剛性および軽量性に優れているため、多くの分野において積層板として利用されている。また、積層板に関する研究は盛んに行われており、その力学的特性もかなり明らかにされている¹⁾。しかし、動的安定性を取り扱った研究は、あまり見受けられない。

これまでの研究では、曲げ-ねじりカップリング効果を無視した場合の対称積層長方形板について固有振動特性、座屈特性および動的安定性を明らかにした²⁾。しかし、動的安定性については境界条件や繊維角度の影響に関する検討が不十分であった。本研究では、対称積層した長方形板の動的安定性について、境界条件および繊維角度の影響を検討し、曲げ-ねじりカップリング効果の影響による動的不安定領域の違いを明らかにする。

2. 運動方程式および解法 図-1に示すような積層長方形板に対して、x方向に一様分布の静的面内力と変動面内力が作用する場合を考える。面外せん断変形を無視すると運動方程式は次式で与えられる³⁾。

$$L(w) = D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 4D_4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 4D_5 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + (N_{x0} + N_{xt} \cos \Omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 w :たわみ、 x, y :平板中央面の座標系、 t :時間、 D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 :板剛度、 ρ :板の密度、 h :板厚、 N_{x0} :静的面内力、 N_{xt} :変動面内力の振幅、 Ω :変動面内力の円振動数

長方形板の境界条件には、一対辺が単純支持と固定の組合せからなる次の4種類を考える。

CASE I:全周辺単純支持、CASE II:荷重辺単純支持、他対辺固定

CASE III:荷重辺固定、他対辺単純支持、CASE IV:全周辺固定

式(1)の一般解を次のように仮定する。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(t) W_{mn}(x, y) \quad (2)$$

ここに、 T_{mn} :時間関数、 W_{mn} :境界条件を満たす座標関数

式(2)を式(1)に代入し、式(2)の W_{mn} として自由振動の固有振動形を用いると、積層板の剛性の項が慣性力の項で表示することができ次式が得られる。

$$L(w) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\ddot{T}_{mn} + \frac{\omega_{mn}^2}{\omega_{11}^2} T_{mn} \right) W_{mn} + \frac{\pi^2 \lambda_{cr}}{k_{11}^2 \beta^2} (\bar{N}_{x0} + \bar{N}_{xt} \cos \bar{\omega} \tau) \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} T_{mn} \right] \quad (3)$$

ここに、 $\xi = x/a, \eta = y/b, \beta = a/b$ (縦横比)、 $\tau = \omega_{11}^2 t, \bar{\omega} = \Omega / \omega_{11}^2, \bar{N}_{x0} = N_{x0} / N_{cr}, \bar{N}_{xt} = N_{xt} / N_{cr}, \lambda_{cr} = N_{cr} b^2 / D_1 \cdot \pi^2, N_{cr}$:座屈面内力、 $k_{11}^2 = \sqrt{\rho h b^4 \omega_{11}^2 / D_1}$: $\theta = 0^\circ$ の1次の振動固有値、 D_1 : D_1 の $\theta = 0^\circ$ における板剛度、 ω_{11}^2 : $\theta = 0^\circ$ の1次の固有円振動数、 ω_{mn} :固有円振動数

式(3)にGalerkin法を適用して、行列表示すると次式が得られる。

$$[I](\ddot{T}) + [F](T) + (\bar{N}_{x0} + \bar{N}_{xt} \cos \bar{\omega} \tau)[G](T) = \{0\} \quad (4)$$

ここに、 $\{T\} = (T_{11}, T_{12}, \dots, T_{1L}, T_{21}, T_{22}, \dots, T_{LL})^T, [F] = [A]^{-1}[B], [G] = [A]^{-1}[C],$

$A\{j+(i-1)L, n+(m-1)L\} = I^{-1}_{mnij}, B\{j+(i-1)L, n+(m-1)L\} = \alpha_{mn} I^{-1}_{mnij},$

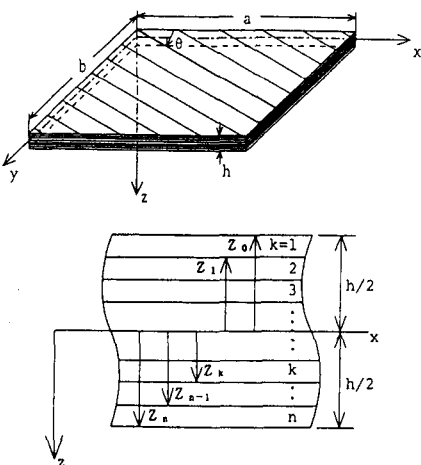


図-1 一般図

$$C(j+(i-1)L, n+(m-1)L) = \gamma I^2_{mnij}, \quad \alpha_{mn} = \omega_{mn}^2 / \omega_{11}^0, \quad \gamma = \pi^2 \lambda_{cr} / k_{11}^0 \beta^2,$$

$$I^1_{mnij} = \int_0^1 \int_0^1 W_{mn} W_{ij} d\xi d\eta, \quad I^2_{mnij} = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} W_{ij} d\xi d\eta$$

式(4)の一般解を指数関数とフーリエ級数の積で仮定し、調和バランス法により2倍サイズの固有値問題に変換して系の安定の判別を行う。

3. 数値結果 図-2は曲げ-ねじりカップリング効果を無視した場合について、それぞれ異方性の違う材料(1)EGLASS/EPと(2)GRAPHITE/EPを用いた全周単支持正方形板(CASE I, $\beta=1.0$)の繊維角度の変化による動的不安定領域の変動を示している。同様に、図-3には荷重辺固定、他対辺単支持正方形板(CASE III, $\beta=1.0$)に対する動的不安定領域の変動を示す。縦軸は励振振動数を $\theta=0^\circ$ の1次の固有振動数で無次元化した無次元励振振動数、横軸は繊維角度である。変動面内力の振幅には、繊維角度が $\theta=0^\circ$ における $\bar{N}_{x1}=0.5$ の値を用いている。

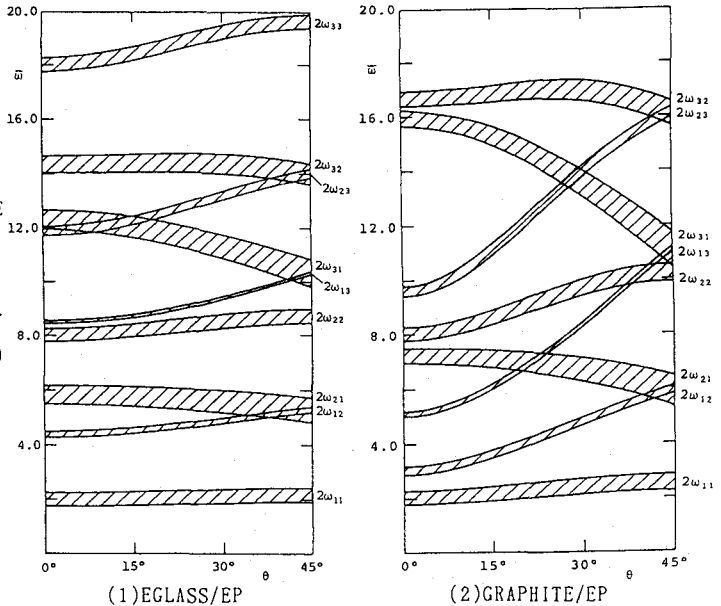


図-2 不安定領域の変動(CASE I, $\beta=1.0$)

積層板では、荷重辺が単支持の場合に単純共振のみが存在し、荷重辺が固定の場合には和形の結合共振も存在する。また、単純共振の方が結合共振よりも広がっている。これらの不安定領域は、繊維角度の増加により高次の振動数領域へ移る不安定領域の幅は狭くなり、逆に低次の振動数領域へ移るものが広がる。また、異方性の強い材料の方が、不安定領域の発生振動数は繊維角度の影響を著しく受けている。

4. まとめ 異方性の強い材料ほど繊維角度の増加により不安定領域は変動する。曲げ-ねじりカップリング効果を考慮した結果については、講演時に発表する。

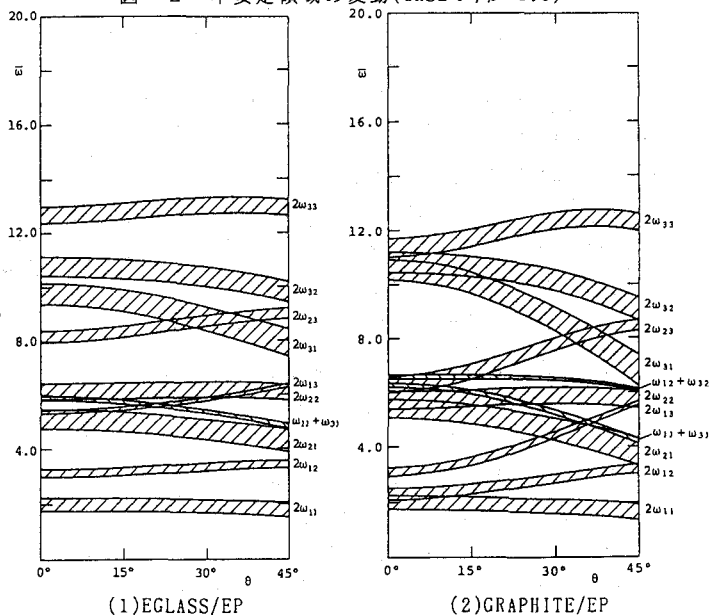


図-3 不安定領域の変動(CASE III, $\beta=1.0$)

参考文献

- 1) 一ノ宮・成田・丸山：FRP積層長方形板の定常応答，日本機械学会論文集(C編)，55-511, pp.549-555, 1989.3.
- 2) 高橋・江島・横山：対称積層長方形板の振動、座屈および動的安定性，長崎大学工学部研究報告，第22巻，第39号，pp.209-216, 1992