定張力線による形状決定問題に関する研究

佐賀大学　正　○古賀 勝喜　　正　後藤 茂夫
佐賀大学　正　　井嶋 克志　　　　川崎 徳明

1．まえがき

著者らは、かねて有限要素構造の要素変形と節点変位の適合条件の非線形性に起因する接線幾何剛性を要素固有の剛性と、完全に分離して接線剛性法を適用する幾何学的非線形解析手法の有用性を提唱しており、さきに石鹸膜に見られる等張力曲面が、その幾何剛性のみで要素剛性を持たない有限要素構造としてモデル化できることに着目して、大空間薄膜構造物の合理的な初期形状決定のための解析手法を得ている。

この手法は、構造材としての薄膜構造や張力を有する線材との合成構造などに対して、種々の計算結果により、その合理性を確認することができる。

大空間を覆う構造形式として、薄膜材は外界との境界面としての機能のみで、強度は期待せず軸方向力のみ、あるいはさらに曲げが発生する部材による構造も考えられるが、このような構造の合理的な初期形状決定問題に対しては、要素剛性は持たず、軸方向力のみが存在する線材（軸力線）のみから成る骨組構造物として解析するのが有効である。

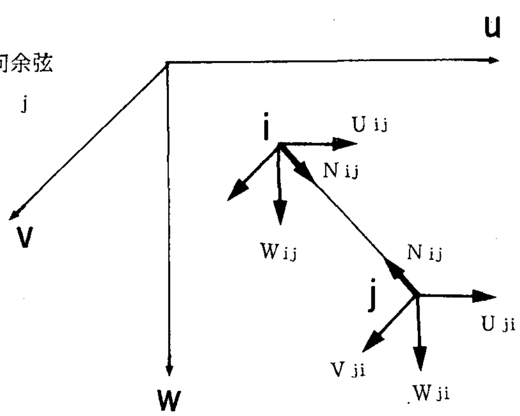
等張力曲面構造についても同様であるが、このような実剛性のない幾何剛性のみの構造においては、膜張力や線材軸力が負（圧縮）の場合についても全く問題なく、正の場合と同様に解を得ることができる。もちろん、このような場合には、内圧または自重などの荷重の向きとは逆向きの変位が発生することになる。

このようにして得られた自重の作用を受ける圧縮線群による骨組形状に対して、軸力線群をそれらの軸方向力を受けるトラス材で置換した実態のある骨組構造は、その形状で荷重と軸方向力は完全につり合ってはいるが、全ポテンシャルエネルギーが極大となる不安定な平衡状態となる。

しかしながら、アーチなどのように曲げにも抵抗できる部材での置換を行えば、死荷重作用時には軸方向力のみで、曲げが発生しない、合理的な曲面格子構造によるドームの骨組形状が得られることになる。

2．軸力線の幾何剛性と接線剛性方程式

節点 i，j 間の軸力線の u，v，w 軸に関する方向余弦を α_{ij}、β_{ij}、γ_{ij} とし、軸方向力を N_{ij} とすれば、i，j 点における節点力とのつり合いは



図－1　軸力線と節点力

$$\begin{Bmatrix} U_{ij} \\ U_{ji} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{ij} \\ V_{ij} \\ W_{ij} \\ U_{ji} \\ V_{ji} \\ W_{ji} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\alpha_{ij} \\ -\beta_{ij} \\ -\gamma_{ij} \\ \alpha_{ij} \\ \beta_{ij} \\ \gamma_{ij} \end{Bmatrix} N_{ij}$$

$$= \begin{Bmatrix} -\boldsymbol{\alpha}_{ij} \\ \\ \boldsymbol{\alpha}_{ij} \end{Bmatrix} N_{ij} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdot (1)$$

となる。

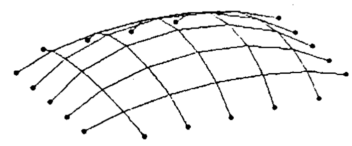
ここで、 i、j の座標値を $(u, v, w)_i$、$(u, v, w)_j$、節点間距離を L_{ij}、とすれば

$$\delta \alpha_{ij} N_{ij} = (N/L)_{ij} \begin{pmatrix} 1-\alpha^2 & \alpha\beta & \alpha\gamma \\ \alpha\beta & 1-\beta^2 & \beta\gamma \\ \alpha\gamma & \beta\gamma & 1-\gamma^2 \end{pmatrix}_{ij} \delta \begin{pmatrix} u_j - u_i \\ v_j - v_i \\ w_j - w_i \end{pmatrix}$$

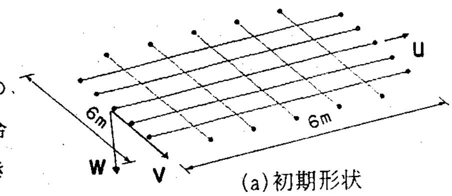
$$= k_{ij} (\delta u_j - \delta u_i) \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

となるので、N_{ij}を一定として、式（1）の微分より軸力線ｉｊに関する接線剛性方程式を求めれば次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \delta U_{ij} \\ \delta U_{ji} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & -k \\ -k & k \end{pmatrix}_{ij} \begin{pmatrix} \delta u_i \\ \delta u_j \end{pmatrix} \cdots (3)$$



(b)解析結果



(a)初期形状

図－２ 等軸方向力モデル

３．形状解析が成立するための特殊条件

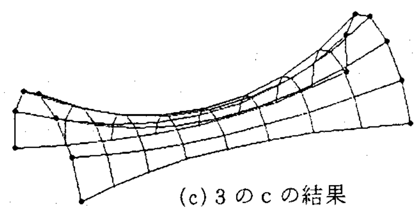
図－１に示すような軸力線モデルでは、等軸方向力の条件のみでは、スパン、ライズ、空間容量など、所要の目的関数の組合せを満足する軸力線ネット構造が成立し得ない場合があり、さきに発表した石鹸膜力学モデルによる等張力曲面解析のように等張力、最小面積となる有限要素曲面を得る手法に対して、設計変数としての軸方向力に関する種々の設定条件を考慮する必要がある。

所要の目的条件を満たすための軸力線の設定条件の方法は、実際には、出力される解の軸力線ネットの形状の変化を見ながら試行錯誤的に各軸方向の条件、あるいはバランスを変更することになるが、以下に基本的な設定条件について述べる。

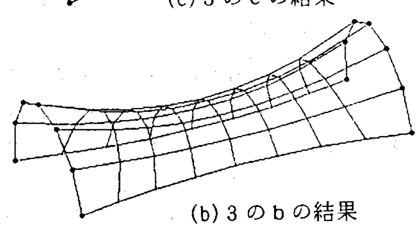
ａ．すべての軸力線を等軸方向力とする。

ｂ．形状によって数組の等軸方向力を有する軸力線群とする。

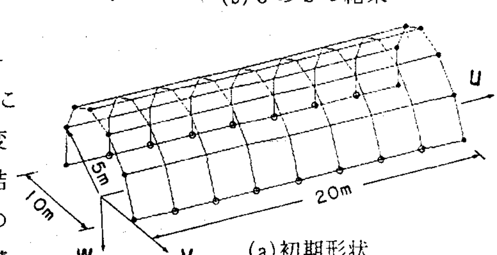
ｃ．特定の方向の成分が一定となるような軸方向力を有する軸力線群とする。



(c) ３のｃの結果



(b) ３のｂの結果



(a)初期形状

図－３ 軸力線群としたモデル

４．計算例とまとめ

上述の３のａ、ｂ、ｃにもとづいた解析条件での解析例を図－２，３に示す。図－２（ａ）は全軸方向力を７５Kgf一定とし、これに内圧２５Kgf/m²を作用させるモデルの初期形状図である。変位境界条件としては、図中の黒丸位置を固定としている。計算結果を図－２（ｂ）に示す。これは反復回数１８回で収束した時の形状である。対象としては円あるいは楕円に近い形状を有する構造物がある。３のｂ，ｃについて、初期形状と境界条件を図－３に示す。変位境界としては、黒丸が固定、白丸がｖ方向のみ可動である。図－３（ｂ）は２組の等軸方向力を有する軸力線として解析した結果の図である。軸方向力はｕ軸方向が100Kgf、交差する方向が20Kgfである。反復回数は５回で、20Kgf軸方向力線が放射状になる形状が得られた。ｕ軸方向の成分を100Kgf一定、それと交差する軸方向力を35Kgf一定として解析した結果を図－３（ｃ）に示す。反復回数５回で収束し35Kgfの軸方向線はほぼ平行となる。内圧は双方とも０Kgf/m²としている。これらの計算例から分かるように、提案している考え方は、大空間構造物の曲面形状決定に有用であると云うことができる。

参考文献

１）後藤等：要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状解析と膜構造解析，構造工学論文集，1991.

２）後藤等：要素剛性分離の手法による構造物の幾何学的非線形解析，構造工学論文集，1991.