

接線剛性法を用いた形状決定手法の安定化

佐賀大学 学生員 ○CARDONA JOSE RAMON

佐賀大学 正 員 後藤茂夫 井嶋克志 荒牧軍治

1. まえがき

大空間を確保する構造物として、また表情豊かな形状を表現する構造物として、膜構造物の有用性が認識されつつある。著者の一人が提案している幾何学的非線形解析手法としての接線剛性法が、石鹼膜の初期形状決定に簡便に用いられることは既に報告した。本研究は、石鹼膜形状決定に用いる三角形要素の接線幾何剛性の定式化の違いが計算の安定化に及ぼす影響を検討すると同時に、その解決策を提案する。

2. 石鹼膜三角形要素における辺張力接線幾何剛性と膜張力接線幾何剛性

三角形要素の辺張力 N_1, N_2, N_3 による接線幾何剛性マトリックスは、三辺をそれぞれ軸方向力部材と考えたときのトラスブロックの接線幾何剛性マトリックスとまったく同一となる。この幾何剛性を辺張力接線幾何剛性と呼ぶことにする。

石鹼膜三角形要素の頂点 i に作用している節点力の合力は、その垂線方向成分のみとなり、次のように表される。

$$A_i = (\sigma t/2)b_i \dots\dots\dots (1)$$

したがって、垂線方向余弦ベクトルを β_i として頂点 i の節点力ベクトルは

$$\begin{aligned} U_i &= A_i \beta_i = (\sigma t/2)b_i \beta_i \\ &= (\sigma t/2)(b_i u_i - d_i u_j - c_i u_k)/a_i \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

となり、膜張力 σt による接線剛性方程式が以下のように得られる。

$$\delta \begin{pmatrix} U_i \\ U_j \\ U_k \end{pmatrix} = (\sigma t/2) \begin{pmatrix} (b/a)_i \gamma \gamma^T & -(e/b)_k \gamma \gamma^T - \omega & -(e/b)_j \gamma \gamma^T + \omega \\ -(e/b)_k \gamma \gamma^T + \omega & (b/a)_j \gamma \gamma^T & -(e/b)_i \gamma \gamma^T - \omega \\ (e/b)_j \gamma \gamma^T - \omega & -(e/b)_i \gamma \gamma^T + \omega & (b/a)_k \gamma \gamma^T \end{pmatrix} \delta \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

ここで

e_i : 頂点 i より垂心までの距離

γ : 三角形面に垂直な方向余弦ベクトル

ω : 式(4)に示す交代マトリックス

α_i : 辺 jk の方向余弦ベクトル

$$\omega = -\omega^T = u_i \alpha_i^T/a_i + u_j \alpha_j^T/a_j + u_k \alpha_k^T/a_k \dots\dots\dots (4)$$

3. 解析例

上記の両接線幾何剛性を用いて、作成したプログラムにより、96個の正三角形要素より成る一辺4mの周辺固定正六角形を初期形状とする膜構造の内圧による膨張問題に対して解析を行い、接線剛性マトリックスの比較を行った。対称性を考慮して6分の1だけ計算している。

(図-3)

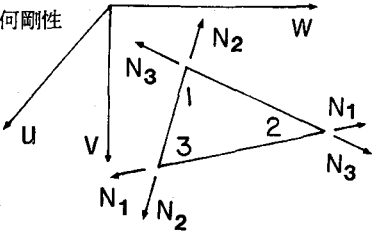


図-1 共通座標系と要素

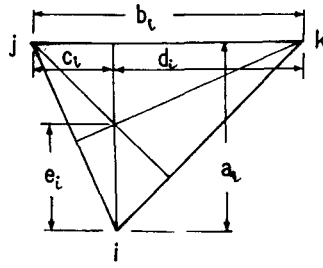


図-2 三角形の基本寸法

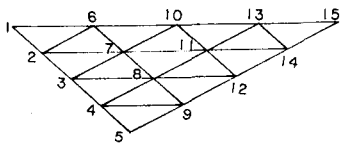


図-3 6分の1モデル

膜張力を 0.025 tf/m として初期状態における接線剛性マトリックスの対角要素値を調べてみると表-1 のようになっている。両者は、面外への剛性を表す鉛直方向 w に関する値は完全に一致するが、面内方向 u, v に関しては異なった値となり、特に膜張力剛性は自由節点 7, 8, 11 において対角要素値が 0 であり、したがってその剛性マトリックスは特異となるので解は収束しない。

節点と方向		表-1 式(2)の要素	式(5)の要素
6, 10, 13	u	0.2662380	0.25
	v	0.7554126	0.7500000
	w	0.0433013	0.0433013
7, 8, 11	u	0.0433013	0
	v	0.0433013	0
	w	0.0866025	0.0866025
15	u	1	1
	v	1	1
	w	0.0144338	0.0144338

4. 1 自由度節点群とした場合の計算例

膜張力剛性を用いて、なおかつ収束解を得るためには、理論的剛性を持ち得ない節点の接平面方向に拘束条件を与え、自由度を法線方向のみの 1 節点 1 自由度とすることが考えられる。このアルゴリズムのもとで、初期形状の異なる 2 つの計算例を示す。

a) 三角形要素 216 個による正六角形ドーム

図-4 に内圧を 0.014tf/m² とした場合の解析結果を示す。固定節点近傍の接平面が底面と直交に近くなる微妙な釣合状態となるので収束は遅いがほとんど有意差はないと言える。収束過程と最大不平衡力を表-2 に示す。

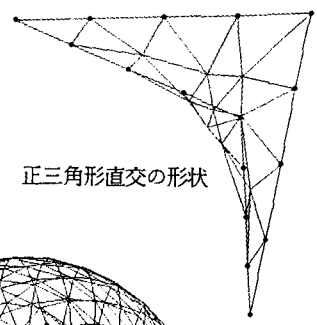


図-5 正三角形直交の形状

b) 正三角形 2 個が直交する初期形状の場合

図-5 に周辺が固定され、正三角形 2 個が直交する初期形状を有する結果を示す。この形状の最小曲面に対しては、辺張力幾何剛性では確実に収束するが膜張力幾何剛性の場合には発散し解は得られない。表-3 は最大不平衡力の一覧である。表中の UF1 と UF2 は収束過程における最大不平衡力の全方向と法線方向をそれぞれ示す。

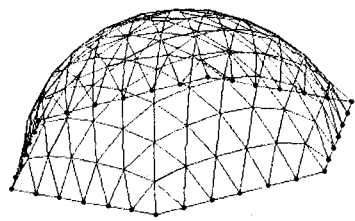


図-4 正六角形ドームの収束形状

表-2 収束過程と最大不平衡力 tf				
反復回数	辺張力幾何剛性		膜張力幾何剛性	
	UF1	UF2	UF1	UF2
1	0.005389	0.005389	0.005389	0.005389
2	0.003639	0.003639	0.003639	0.003639
3	0.001268	0.001053	0.001032	0.000815
4	0.000982	0.000621	0.000886	0.000626
5	0.000971	0.000469	0.000940	0.000470
6	0.000999	0.000365	0.000988	0.000365
7	0.001028	0.000296	0.001024	0.000295
8	0.001053	0.000248	0.001052	0.000247
9	0.001074	0.000213	0.001076	0.000212
10	0.001092	0.000188	0.001095	0.000188

表-3 収束過程と最大不平衡力 tf				
反復回数	辺張力幾何剛性		膜張力幾何剛性	
	UF1	UF2	UF1	UF2
1	0.023570	0.023570	0.023570	0.023570
2	0.019865	0.019865	0.031744	0.031744
3	0.006063	0.006063	0.035002	0.028371
4	0.000528	0.000379	3.570440	3.346123
5	0.000483	0.000099	以下収束せず!	
6	0.000477	0.000028		
7	0.000477	0.000008		
8	0.000477	0.000002		
9	0.000477	0.000001		
10	0.000477	0.000000		

5. まとめ

要素力剛性を加えることにより石鹸膜三角形要素の厳密な接線剛性を表示することになるが、原理的にこの要素が材料としての強度を有するものではないので全体剛性マトリックスは特異となり解は得られない。膜張力幾何剛性を用いると、そのままでは特異となるが、法線方向のみの 1 自由度構造系とすれば正則となるので、図-5 に示す例題のような、初期形状と最小曲面とが極端に異なる場合を除き、辺張力幾何剛性を用いる場合と優劣の差はないと考えられる。

辺張力幾何剛性のみを用いる手法は、法線方向のみの 1 自由度構造系あるいは一般の 3 自由度構造系としても有用で、相当極端な初期状態を設定しても収束解が得られることが分かった。