

WSDとLSDによるトラス構造の最適設計

九州共立大学工学部 正 員 三原 徹治
 " 学生員 〇中原 範裕
 " 学生員 永松 照慶

1. 緒 言

構造設計法には種々の因子が要求されるが、「安全性の確保」と「手法の簡便さ」はその代表的なものである。ガリレオ・ガリレイに始まると言われる「力学的手法による設計法」の発展の歴史の中で、許容応力度設計法(WSD)は比較的簡便な設計手法であり、設計された構造物の安全性も多くの実績から十分とされている。ただし、その安全性のレベルがどの程度のものかという疑問に対してはその理論的根拠が希薄なため不明確な部分が多い。限界状態設計法(LSD)は設計荷重の発生頻度や材料強度のばらつきなどを考慮することによりWSDに比較して安全性評価の点において合理性を追求した設計法である。しかし、採用する限界状態や各種係数をどのように設定すればよいのかという点や設計手順の複雑さなどの問題点も一般に有する。このため、キャリブレーションなどの理論的な問題から設計従事者の「なじみ」などの心象的な問題まで幅広く議論されているが、両設計法の優劣を一概に論ずることは非常に難しい。論点を設計の客観的な検討に絞っても可能設計が無数存在するため比較の意味が希薄であり、依然困難であることに変わりない。

本研究の目的も設計の客観的な比較にあるが、比較を可能にするため両設計法による設計に最適設計手法の導入を試みる。簡単なトラス構造を対象とした数値計算を行い、得られる設計値から経済性を、さらに設計値に対する安全性指標値から安全性を、それぞれ数値的に検討する。

2. 検討方法

(1)最適設計手法 WSDとLSDの経済性比較を可能にするため、設計の経済性を示す客観値として構造重量を選び、次式に示すような最小重量設計問題を設定する。

$$\text{Minimize } \sum A_i L_i \quad \text{Such that } g_j(A_i) \leq 0 \quad (j=1, 2, \dots) \quad \text{----- (1)}$$

式(1)は単位重量を一定として構造体積を最小にする設計変数 A_i (具体的にはトラス構造を対象としているので各部材断面積)の組合せを求める最適化問題を示す。 $g_j(A_i)$ はWSDおよびLSDの設計基準を A_i の関数として定式化した制約条件である。ただし、 L_i =部材 i の部材長、 Σ は総和を示す記号である。

(2)安全性指標の算定 最適設計された構造の安全性を破壊確率で比較する。破壊形式 k における抵抗値 R_k と荷重効果 S_k から性能関数 $Z_k = R_k - S_k$ を設定し $Z_k < 0$ のとき破壊とする。このとき、破壊確率と負の相関関係にある安全性指標 β_k は、確率変数 X の平均値、変動係数、標準偏差を $\mu_x, V_x, \sigma_x (=V_x \mu_x)$ とする次式のように算定される。

$$\beta_k = \mu_{Z_k} / \sigma_{Z_k} = (\mu_{R_k} - \mu_{S_k}) / (\sigma_{R_k}^2 + \sigma_{S_k}^2)^{1/2} \quad \text{----- (2)}$$

3. 2部材静定トラス構造による数値的検討

図-1に示すような主荷重 P と風荷重 W を受ける2部材静定トラス(部材断面は簡単のため円形とする)の最小重量設計を行い、得られた設計に対して安全性指標の算定を行う。なお、WSDには道路橋示方書¹⁾を、LSDには鋼構造物設計指針(案)を設計基準とした。

(1)最適設計の結果 静定構造の場合、設計変数のリンキング等の条件がなければ式(1)に示す最小重量設計と全応力度設計は一致する。本例では荷重の組合せによらず部材①には引張力が発生するため設計変数 A_1 の最適値は次式の等号が成立するときの値となる。

$$\text{WSD: } S_1(0,0) \leq A_1 \gamma \sigma_{1s}, \quad \text{LSD: } \nu S_1(0,0) \leq A_1 F \quad \text{----- (3)}$$

一方、部材②には荷重の組合せにより圧縮力が発生することもあり、 A_2 値は次式を満足する必要がある。

$WSD : S_2(P,W) \leq A_2 \gamma \sigma_{ca} \text{ or } A_2 \gamma \sigma_{ca}, \quad LSD : \nu S_2(P,W) \leq A_2 F \text{ or } A_2 \sigma_{ca} \quad \text{---- (4)}$

一般に、軸圧縮に対する許容応力度 σ_{ca} と軸圧縮に対する設計基準強度 σ_{ca} は細長比の影響を受け、 A_2 の関数であるので等号条件を満足する A_2 の算出には繰返し計算を必要とするが、本例では部材断面を円形と仮定し、断面2次半径 r と断面直径 d について近似関係式 $r = 0.25 d$ を用いて簡単化した。ここに、 $S_2(P,W)$ = 荷重 P, W により部材①に発生する軸力、 γ = 割増係数、 σ_{ca} = 軸引張に対する許容応力度、 ν = 安全率、 F = 設計基準強度である。

表-1に $P = 2.4tf, W = 0.8tf, L_s = L_1 = L_2 = 10.0cm$, ヤング係数 $= 2.1 \times 10^5 kgf/cm^2$ の場合の最適設計結果を示す。鋼級が上がると単位量あたりの抵抗値が大きくなるため V 値は当然小さくなるが、各鋼種ごとの両設計法による V 値はSM50級においてはほぼ一致し、それ以外の鋼種では LSD が WSD より1.2~4.4%程度経済的な設計であることがわかる。

(2)安全性指標の算定結果 最適設計結果(表-1)に対し式(2)により安全性指標値を求めた。設定した4種の破壊形式を表-2に示す。各破壊形式に対して安全性指標値が異なる値として算定されるので、本例ではそれらの最小値(最も危険な状態を示す)によって評価した。抵抗値 R および荷重 P, W の変動係数をそれぞれ $V_R = 2 \sim 10\%, V_P = 2 \sim 10\%, V_W = 2 \sim 20\%$ の範囲で変化させた。算定結果の一例として $V_R = 4\%, V_P = 2, 4, 6, 8\%, V_W = 6, 8, 10\%$ の組合せによる β 値を鋼種および設計法別に区分して表-3に示す。

表-3において WSD の β 値はSS41級とSM53級とで一致しているほか鋼種によりかなり大きなばらつきを示しているが、 LSD の β 値は鋼種に依存せず、同じ V_P, V_W 値に対しては同じ β 値であることがわかる。鋼構造物設計指針(案)が安全性レベルの整合を意図した設計法であるため本例のような静定構造では当然ともいえるが、 WSD の β 値に比較して安全に関する合理性が追求されていると評価できる。 LSD による設計は先述したように WSD による設計より経済的なため β 値については WSD より全般に小さい傾向にある。割増係数 γ や安全率 ν の設定値により最適設計結果および安全性評価の結果が異なるのは明らかであるから一般的に論ずることはできないが、本例の範囲においては LSD が WSD よりも若干低い安全性レベルで整合させる設計法であり、その結果として経済的な設計が得られていると評価することができる。

表-1 最適設計結果(経済性比較)

鋼 種	設計法	断面積(cm^2)		構造体積	
		A_1	A_2	$V(cm^3)$	(比率)
SS41級	WSD	1.2489	0.9897	22.3868	(100)
	LSD	1.2294	0.9815	22.1092	(98.760)
SM50級	WSD	0.9203	0.7293	16.4955	(100)
	LSD	0.9221	0.7361	16.5819	(100.523)
SM53級	WSD	0.8326	0.6598	14.9245	(100)
	LSD	0.8196	0.6543	14.7395	(98.760)
SM58級	WSD	0.6725	0.5329	12.0544	(100)
	LSD	0.6414	0.5121	11.5352	(95.693)

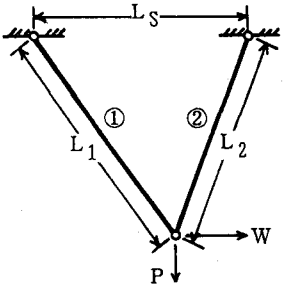


図-1 構造・荷重形式

表-2 破壊形式の区分

K	破壊形式
1	部材①の $P+W$ による引張破壊
2	部材②の P による引張破壊
3	部材②の W による圧縮破壊
4	部材②の $P+W$ による引張or圧縮破壊

表-3 最適設計された構造物の安全性指標値($V_R = 4\%$)

変動係数		鋼種および設計法の区分							
		SS41級		SM50級		SM53級		SM58級	
V_P (%)	V_W (%)	WSD	LSD	WSD	LSD	WSD	LSD	WSD	LSD
2	6	6.146	5.867	5.832	5.867	6.146	5.867	6.696	5.867
	8	5.853	5.580	5.546	5.580	5.853	5.580	6.392	5.580
	10	5.531	5.267	5.234	5.267	5.531	5.267	6.055	5.267
4	6	5.776	5.506	5.472	5.506	5.776	5.506	6.312	5.506
	8	5.531	5.267	5.234	5.267	5.531	5.267	6.055	5.267
	10	5.257	5.001	4.969	5.001	5.257	5.001	5.767	5.001
6	6	5.285	5.028	4.996	5.028	5.285	5.028	5.797	5.028
	8	5.095	4.844	4.813	4.844	5.095	4.844	5.596	4.844
	10	4.879	4.635	4.605	4.635	4.879	4.635	5.366	4.635
8	6	4.770	4.530	4.500	4.530	4.770	4.530	5.250	4.530
	8	4.629	4.394	4.365	4.394	4.629	4.394	5.100	4.394
	10	4.465	4.236	4.207	4.236	4.465	4.236	4.924	4.236

参考文献 1)道路橋示方書・同解説, 日本道路協会, 1980. 2)鋼構造物設計指針(案), 土木学会, 1986.