

幾何学的非線形構造の最適設計における近似モデルについて

熊本大学工学部	学生員	○山本 清孝
同上	正 員	小林 一郎
同上	正 員	三池 亮次

1. はじめに

大規模構造物の最適設計を行う場合、①設計変数 x の逆変数を用いる、②応力、変位等の算出において近似モデルを用いる等の工夫を行うことによって計算効率が極めて良くなることが、Schmit、Vanderplaats、杉本¹⁾らの研究によって明らかにされている。本研究は近似モデルを幾何学的非線形構造の最適設計に用いる場合の数値計算上の問題点を述べ、その解決策を提案するものである。

2. 構造最適化と近似モデル

通常の構造最適化においては、以下のステップに従って最適解を得る。

Step 1: 変数 $x^{(k)}$ を与える。

Step 2: $x^{(k)}$ に対して構造解析を行う。

Step 3: 応答値(応力度、変位等)とその感度を求める。

Step 4: 最適化計算を行う。

Step 5: 解 $x^{(k+1)}$ が $x^{(k)}$ と一致したら(あるいは目的関数の変化が小さくなったら)それを最適解とし、計算を終了。その他の場合は $k = k + 1$ としてStep 1へ戻る。

上記の計算は、Step 1～5までのループの中で感度を求めるための繰り返し計算のループ(つまりStep 2～3)のある、2重ループの数値計算問題となっている。近似モデルでは、Step 3のかわりに次のステップを実行する。

Step 3': 近似モデルより応答値を求める。

このため、Step 3'と4の繰り返しのみで最適解が得られる。ただし、初期値と最適値の値が大きく異なる場合には、近似モデルの改善が必要となるが、このときにはStep 2に戻って構造解析を行う事になる。(ただし、文献²⁾によれば線形構造では、その回数は2～6程度である。)

さて、非線形構造の最適化問題を考えると、上記のStep 2において幾何学的非線形解析が必要となる。ただし、この場合においては、Step 2そのものが繰り返し計算となるため、通常のステップに従って最適解を求めると、3重ループの極めて複雑な数値計算問題となる。この問題に近似モデルを適用する場合、感度解析を必要とするStep 3'において、各設計変数に対する感度を求める場合にも、厳密には異なる非線形構造解析を行う必要があり、3重ループの問題は解決されない。

3. 線形解析による感度の近似

ここでは2.で述べた3重ループの数値計算の解決策として感度を求める際には線形解析のみを行う方法を提案する。説明を簡単にするために図-1の2部材トラスを例にする。スパン L に比べて高さ h が小さい場合には本モデルは幾何学的非線形構造となる。図-2は2部材の断面積を共通の変数 A で表したときの A に対する鉛直方向変位 d の関係を示した概念図である。図-2において d_L を A に対する線形解析による変位、 d_N を非線形解析による変位とする。 $A^{(1)}$ に対する d_L はP点、 d_N はQ点、 $A^{(2)}$ に対する d_L はR点、 d_N

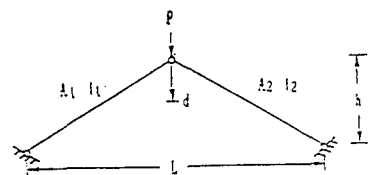


図-1 2部材トラス

はS点とする。また、 d_A は変位の制限値であり、この例では $d_A = d_L(A_L)$ 、 $d_A = d_N(A_N)$ となるときのAの最適解となる。通常 $A_L \leq A_N$ となると考えられる。本法の手順は $A^{(1)}$ に対して非線形解析を行いQ点を求める。これが変位の応答値である。また θ_N は非線形解析、 θ_L は線形解析における変位の感度とする。変位の感度 θ_N は前進差分によれば、

$$\theta_N = \frac{d_N(A^{(1)} + \delta A) - d_N(A^{(1)})}{\delta A} \tag{1}$$

となる。Q点を求めた後 θ_N のかわりに θ_L を用いて、S点→Y点と求めて行く。また、Q-S-Y曲線は、例えばこの3点のみは厳密に非線形解析を行い、他の点は

$$d_N = d_N + \frac{\partial d_L}{\partial A} \delta A \tag{2}$$

より求めるものとする。 θ_L と θ_N は異なるが、近似モデルそのものが近似値であり、その感度である θ に求められるのは、傾きの方向(図-2ではQ点からS点の方向)が正しいことであり、 θ_N のかわりに θ_L を用いることは計算上問題はないと考える。

4. 計算モデルによる θ_N と θ_L の比較

図-3は図-1で示した2部材トラスモデル($A_1 = A_2 = A$ 、 $L = 100\text{ cm}$ 、 $h = 30\text{ cm}$ 、 $E = 1000\text{ kg/cm}^2$)について線形解析及び非線形解析²⁾を行い、A-d曲線を描いたものである。なお、荷重 $P = 10\text{ kg}$ とした。変位制御 d_A がアクティブになる場合を考える。 $d_A = 5\text{ cm}$ とすると最適解として、 $A_N = 0.48\text{ cm}^2$ 、 $A_L = 0.22\text{ cm}^2$ が得られる。また表-1に2部材トラスモデルの断面積と θ_N 、 θ_L の関係を示した。 d_N が正しく求まっていれば感度として θ_N のかわりに θ_L を用いる事を考えており、図-3の解析例では $\theta_N \approx 2\theta_L$ となっている。ただし、近似式として式(2)のような順変数による一次近似が妥当かどうかの検討が重要であり、この点については逆変数による一次近似あるいは二次近似との比較を行う必要があり、他の解析例と共に講演時に報告する予定である。

参考文献

- 1) 杉本他：骨組構造物の最適設計における応力近似モデルについて、構造工学論文集、Vol.35A(1989年)
- 2) Miike,Kobayashi：Virtual Large Displacement Theorem for Framed Structures,EM,Vol.116, No.2,A SCE(1990年)

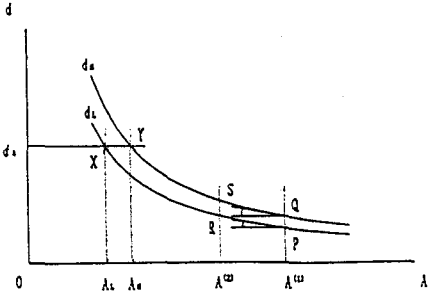
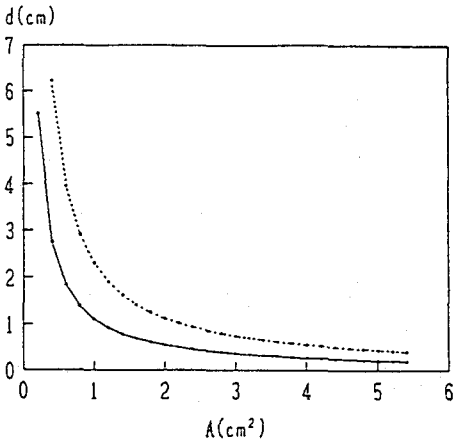


図-2 A-d曲線の概念図



——：線形解析 ：非線形解析

図-3 2部材トラスの解析例

表-1 2部材トラスの θ_N と θ_L の比較

A (cm ²)	1	3	5
θ_N	-2.400	-0.250	-0.090
θ_L	-1.100	-0.125	-0.040
θ_N/θ_L	2.181	2.000	2.250