骨組構造の離散的最適弾塑性設計法

九州共立大学工学部 正員 三原 徹治
アルファコンサルタント㈱ 正員 千々岩 浩巳
九州共立大学工学部 学生員○中土 徹

1. 緒 言 最適構造設計法を実構造設計で活用する際の課題のひとつとして離散化、すなわち既製形鋼などを用いる設計のように設計変数を離散変数として取扱う必要がある場合への適用があり、最小重量設計法や全応力設計法の離散最適解については種々報告されている[1]。著者らも、限定列挙法と名付けた最小重量設計を対象とする解法を提案し、弾性最小重量設計(最適弾性設計)例により数値的な妥当性を検証するとともに非常に効率的であることを確認した[2]。ここに、限定列挙法による離散的最適弾性設計に必要な構造解析は弾性解析だけであり、限定列挙法の適用可能性を論ずるためには複数の構造解析手法を必要とする設計における妥当性や効率性に関する検討の必要がある。

本研究は、複数の構造解析手法を必要とする設計として最適弾塑性設計を選び、陽的列挙法および限定列挙法を適用した離散最適解探索アルゴリズムを構築し、簡単な数値計算例によりその妥当性と効率性を検討することを目的とする。本研究では微小変形理論に従うほか次の仮定を用いた。①作用荷重は比例的に変化する. ②部材挙動は完全弾塑性型とする. ③座屈現象はメカニズムが生起するまで起こらないものとする.

2. 最適弾塑性設計 本研究で対象とする最適弾塑性設計問題を式(1)に示す。式(1b)は構造物が荷重レベル$\alpha_o \boldsymbol{F}$より小さな荷重レベルでは塑性崩壊しないことを保証する、すなわち、崩壊荷重係数αがあらかじめ設定された設計荷重係数α_o以上でなければならない制約を、式(1c)は過度な変形が生じない、すなわち、荷重レベル$\alpha_o \boldsymbol{F}$において構造物の最大弾塑性変位u_{max}が許容値ua以下でなければならない制約をそれぞれ示し、両制約を満足したうえで式(1a)に示す構造重量を最小にする設計を最適とする設計問題である。

目的関数: $W = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{X} \rightarrow \min.$ ---------------- (1a)
制約条件: $\alpha \geqq \alpha_o$ ---------------- (1b)
$u_{max} \leqq ua$ ---------------- (1c)
ただし,
$\alpha = \{ \max \alpha^P \mid \boldsymbol{C}^T \boldsymbol{Q} = \alpha^P \boldsymbol{F},\ \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{Q} \leqq \boldsymbol{R}^T \boldsymbol{X} \}$ ----- (2)
$u_{max} = \{ \max_j u_j \mid \boldsymbol{u} = \boldsymbol{K}^{-1} (\alpha_o \boldsymbol{F} + \boldsymbol{C}^T \boldsymbol{k} \boldsymbol{N} \boldsymbol{\lambda}) \}$ --- (3)

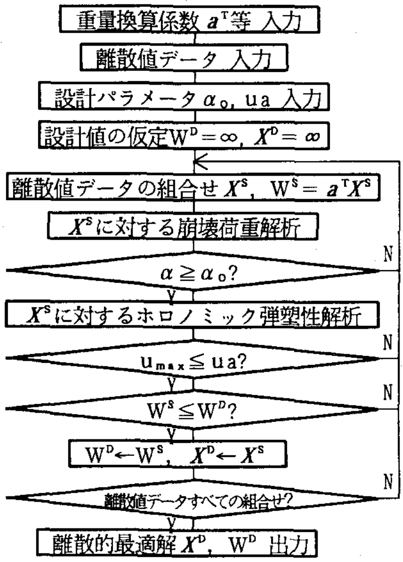
ここに、αは式(2)に示すLP問題による塑性解析から求められる。また、u_{max}は式(3)で算定されるが、塑性乗数$\boldsymbol{\lambda}$は別途ホロノミック弾塑性解析によって求められ、設計計算を行うため2種類の構造解析が必要である。ただし、$\boldsymbol{X}$:設計変数ベクトル, $\boldsymbol{Q}$:内力ベクトル, W:構造重量関数($=\boldsymbol{a}^T \boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{a}$:重量換算ベクトル), $\boldsymbol{F}$:基準となる外力ベクトル, α^P:荷重係数, $\boldsymbol{N}$:降伏面における単位法線マトリックス, $\boldsymbol{R}$:塑性容量の1次微係数マトリックス($\boldsymbol{R}^T \boldsymbol{X}$:塑性容量ベクトル), $\boldsymbol{C}$:適合マトリックス, $\boldsymbol{K}$:構造剛性マトリックス($=\boldsymbol{C}^T \boldsymbol{k} \boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{k}$:集合部材剛性マトリックス)であり、上付添字-1, Tはそれぞれ逆, 転置マトリックスを示す。

3. 離散最適解探索アルゴリズム (1)陽的列挙法による解法：離散値データのすべての組合せ(離散解)に対して、まず実行可能性を検討し、実行可能な離散解(可能離散解)のうち最も構造重量を小さい可能離散解を離散最適解とする陽的列挙法を式(1)に適用すると、図-1に示すようなアルゴリズムが得られる。ここに、実行可能性の検討は塑性崩壊制約と最大弾塑性変位制約に関して2種類行う必要があるが、いずれか一方の実行可能性が否定された場合には他の制約に関する検討は不要である。また、部材挙動を完全弾塑性と仮定しているため崩壊荷重係数αがα_o未満の構造物は荷重レベル$\alpha_o \boldsymbol{F}$以前で塑性崩壊に至っており、$\alpha_o \boldsymbol{F}$レベルでの弾塑性変形自体が存在しない。よって、塑性崩壊制約に関する実行可能性のある離散解についてのみ最大弾塑性変位制約に関する実行可能性を検討する。

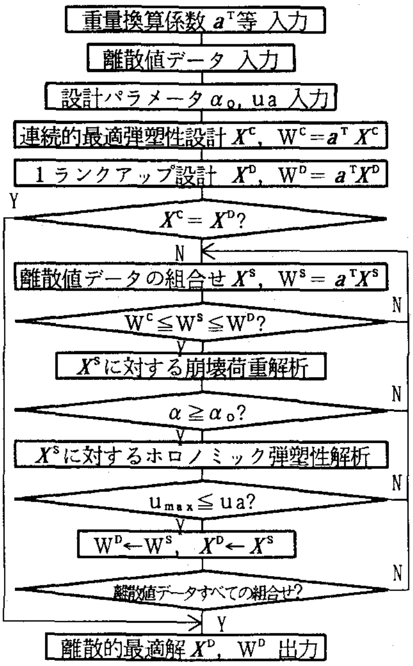
(2)限定列挙法による解法：最小重量設計における連続最適解、離散最適解および1ランクアップ設計の構造重量の関係に着目し、実行可能性を実際に検討する組合せの数、すなわち構造解析回数の減少を図り計算効率を向上させる限定列挙法[2]を式(1)に適用すると、図-2に示すアルゴリズムが得られる。陽的列挙法による

解法と同様にすべての離散解について検討する必要があり、しかも連続最適解を求めなければならない。しかし、離散解の検討の大半は簡単な計算ですむ目的関数値により行われるため計算効率の向上が期待できる。

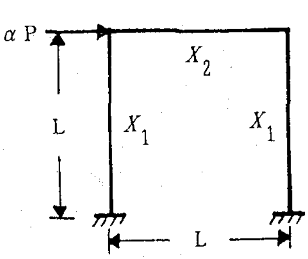
4．数値計算例　図-3に示す門型ラーメン(P=8.5tf, L=4.0m, α_0=1.0, ヤング係数=2100tf/cm², 降伏応力度=2.4tf/cm²)の数値計算を行った。設計変数に全塑性モーメントを選び、その離散値データリストを表-1に示す。また、連続最適解の解法には解析的感度解析と双対法による解法[3]を、塑性解析にはシンプレックス法を、ホロノミック弾塑性解析には相補掃出法による解法[4]をそれぞれ用いた。許容変位uaを計算パラメータとした陽的列挙法および限定列挙法による離散最適解は一致し、限定列挙法の妥当性を確認した。離散最適解を表-2に連続最適解と併せて示す。ua値を大きくすると変位制約が緩和され連続最適解の構造重量Wは連続的に減少するが、離散最適解では段階的な減少傾向となる。連続最適解に比較して離散最適解の構造重量Wは約10%大きく、離散変数を用いることが連続的最適設計問題へアクティブ制約として影響していることがわかる。また、ua値によらず連続最適解では $X_1 > X_2$ の関係があるが、離散最適解では逆に $X_1 < X_2$ であり、離散的な最適断面配分が連続的なそれと大きく異なるケースであることがわかる。さらに、計算効率の面では、陽的列挙法では塑性解析回数＝484回，弾塑性解析回数＝318回を要したが、限定列挙法では、例えばua=4.00cmのとき連続最適解の探索と離散解の更新に区分すると塑性解析回数＝6+44＝50回，弾塑性解析回数＝6+33＝39回しか必要とせず、限定列挙法の効率性を確認することができた。



図－1 陽的列挙法による解法アルゴリズム



図－2 限定列挙法による解法アルゴリズム



図－3 構造・載荷形式

表－1 用いた離散値データリスト

2.102	2.448	3.696
3.768	5.016	5.904
7.416	7.656	8.784
8.856	11.400	12.600
13.008	13.392	13.632
17.184	19.320	20.616
20.832	23.040	24.480
24.960		

単位:tf·m

表－2 限定列挙法による設計結果

ua	連続最適解			離散最適解		
	W	X_1	X_2	W	X_1	X_2
3.80	106.68	9.528	7.632	115.87	8.784	11.400
4.00	105.89	9.360	7.752	115.87	8.784	11.400
4.20	105.22	9.192	7.920	114.82	7.656	13.392
4.40	104.54	9.024	8.088	111.36	7.416	13.008
4.60	103.58	8.832	8.232	111.36	7.416	13.008
4.80	103.00	8.712	8.328	111.36	7.416	13.008
5.00	102.14	8.520	8.496	111.36	7.416	13.008

単位: ua(cm), W(tf·m²), X_i(i=1, 2)(tf·m)

参考文献　1)例えば，杉本他:骨組構造物の離散的全応力設計に関する数値実験的研究，構造工学論文集，Vol.38A，1992.　2)三原他:離散変数による最小重量設計の一解法，平成3年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，1993.　3)三原他:感度解析を用いたトラス構造物の最適弾塑性設計法とその応用例，土木学会論文集，第392号，1988.　4)三原他:相補掃出法を用いた立体骨組構造のホロノミック弾塑性解析，構造工学論文集，Vol.35A，1989.