

有限要素法と境界要素法の結合解法の計算効率について

九州大学 学生員 ○五十川 泰史

九州大学 正 員 John Bolander Jr.

九州大学 正 員 彦坂 熙

1. 緒言

有限要素法と境界要素法はともにそれぞれの特長を持っており、どちらの解法を用いるかはその問題のタイプによって決まる。しかしある条件では双方の結合解法が効果的であり、最近多くの注目を集めている。その手法については現在までに様々な方法が試され、境界要素法あるいは有限要素法単独の解との差がほとんどない解も得られている。

本研究では結合解法をコンクリートの破壊を含む非線形問題の解析に適用するための基礎として、弾性問題に結合解法を用いた場合の計算効率について結果を示し考察を行う。この結合解法は、非線形解析に適用できるという有限要素法の利点と自由度が低減されるという境界要素法の利点を互いに利用するものである。

2. 結合解法

境界要素法と有限要素法の結合のために、境界要素法の方程式($HU=GT$)を有限要素法の方程式の形($K'U=F'$)に変形した(ただし、 $F'=MT, K'=MG^{-1}H$)¹⁾²⁾。また、 K' を対称マトリックスにするために $K'=(K'+K'^T)/2$ としている。

3. 解析モデル

有限要素を破壊が起こる可能性があるコンクリート領域(以後、破壊領域とよぶ)に用い、境界要素はその周辺の弾性領域に用いる(図-1)。破壊領域の有限要素には格子モデルを用いた³⁾⁴⁾。また比較のために、有限要素だけを用いたモデル(図-2)の解析を行った。これは、破壊領域のまわりの弾性領域を4節点アイソパラメトリック要素にしたものである。また、変形は図の矢印部分に変位を与えることによって生じさせた。

境界要素と有限要素との接合部では、有限要素の節点数が多いため、いくつかの有限要素の節点を境界要素の要素内においた。このときには、境界要素法で2次要素の補間のために用いる内挿関数によって拘束条件式を導入し、有限要素の節点を常に境界要素の要素上に保つことができる(図-3)。このような適合条件を用いることは自由度を低減することになるが、その一方で境界要素上の節点と関係のある有限要素の節点が増大するため、剛性マトリックスにおいてBand幅を増大させる突出した部分が増加することになる。ところで、このように剛性マトリックスに突出した部分がある方程式を解くための非常に効率的な方法としてColumn Solverがある。これは、計算の際に剛性マトリックスのBandではなくそのSkylineだけを用いるもので、記憶容量と計算時間を大幅に低減することができる。

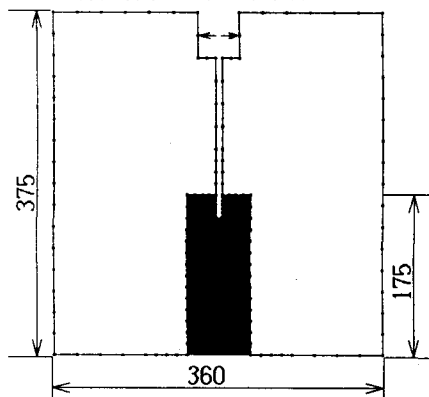


図-1 FEM+BEMモデル

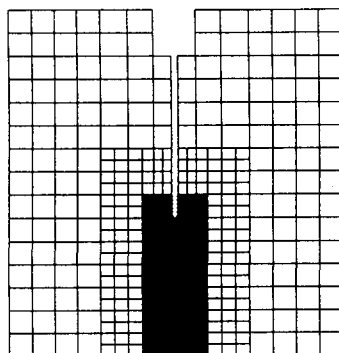


図-2 FEMモデル

4. 解析結果および考察

破壊領域の格子モデルに弾性線形要素を用いて、FEM単独とFEM+BEMによる解析結果を比較した。両解法による変形図を図-4、5に、計算効率の比較を表-1に示す。ただし、計算にはパーソナルコンピュータ(Macintosh Quadra 700)を使用した。

解析結果を比べると、変位はおおむね一致している。生じる誤差は、 K' マトリックスを対称にすることや、

有限要素が1次要素であるのに対し境界要素が2次要素であることによるものと考えられる。また計算効率を見ると、破壊領域の節点数が非常に多いため境界要素を用いたことによる節点数の減少はそれ程効果はない。一方で2つの K' マトリックスと弾性領域の剛性マトリックスを結合させるために、結合させた後の剛性マトリックスの平均Band幅が広くなり、このことによる記憶容量と計算時間の増大の方が大きく影響することになった。ただし、入力時間を比較すれば有限要素の方が境界要素より短くなるのは明かである。また、剛性マトリックスのために比較的大きい容量が必要なことを除けば、今後もコンピュータの性能が上がり続けていくことを踏まえ、入力に頼る入力時間の長短は重要になると思われる。この点において、このような結合解法は有効であろう。

表-1 計算効率の比較

解 法	FEM	FEM+BEM
弾性領域内の節点数	318	120
自由度数	7734	7490
計算時間(S)	203	599
平均バンド幅	137	262
入力時間(h)	5	1

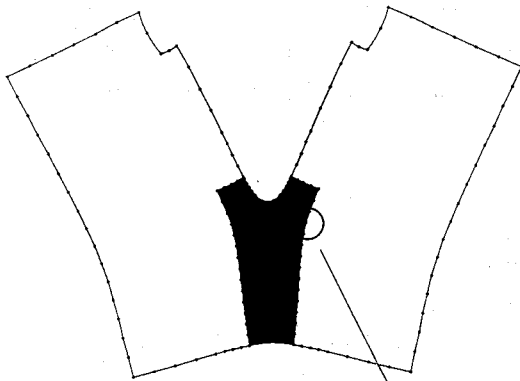


図-4

FEM+BEMによる変形図

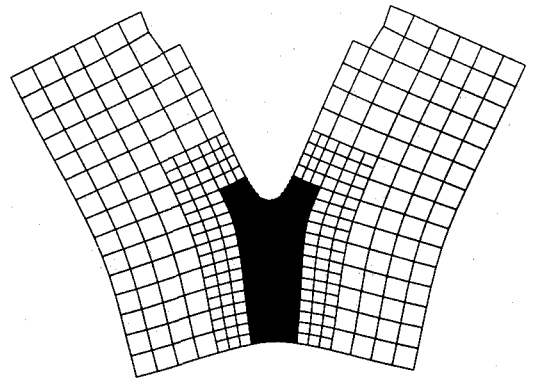
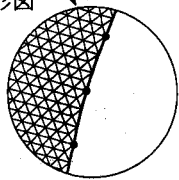


図-5

FEMによる変形図

図-3
拡大図



参考文献

- 1) 結城良治、木須博行：境界要素法による弾性解析 培風館 1987.12
- 2) 神谷紀生：演習 境界要素法 サイエンス社 1975.5
- 3) E. SCHLANGEN, J.G.M. VAN MIER: Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. Z.P. Bazant, pp. 671-676, 1992
- 4) 小橋保仁他：格子型ランダム粒子モデルによるセメント系複合材料の破壊シミュレーション 平成4年度土木学会西部支部研究発表会論文集 1993.3