

作業日数と作業間結合関係、作業の中断のあいまいな判断を同時に考慮した
工程計画手法 F P E R T の提案とその応用

九州大学工学部 学生員 ○三好勇作 正 員 榎木 武 学生員 M. Tatish

1. はじめに

土木工事において、ネットワーク理論に基づく工程計画・管理手法として、PERT手法が広く普及している。しかしより実用的な手法となるためには、解決されるべき問題点がいくつかある。過去において、作業要素間の重複の順序関係におけるあいまいさの扱いと、作業日数推定におけるあいまいさという2つの問題点は改善されたが、今回はさらに、作業が中断およびそのあいまいさの扱いを追加し、新たな工程計画手法として提案するのである。

2. 従来型PERTの線形計画法による解釈

工事における作業要素 (i, j) の開始日 S_{ij} 及び完了日 F_{ij} と、これと結びつく節点 i, j の作業日数 t_{ij} との関係を式で表すと、

$$F_{ij} \leq S_{ij} \quad (\text{各節点における } i \in N_j^-, j \in N_j^+ \text{ の全てのペア}) \quad \text{--- ①}$$

$$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij} \quad ((i, j) \in W) \quad \text{--- ②}$$

及び

$$F_{ij} \geq 0, S_{ij} \geq 0 \quad ((i, j) \in W) \quad \text{--- ③}$$

W : ネットワークを構成する作業要素の集合

N : 節点集合

最早プランは、上記①～③の各式による制約条件と工事開始条件 $S_{ij} = 0$ のもとで、ネットワーク日数

$$Z = \sum (S_{ij} + F_{ij}) \quad \text{--- ④}$$

を最小にする問題としてとらえることができる。また最遅プランは、式①～③と最早プランにより求められる工期 T_e の条件下で、式④の Z を最大にする問題として求められる。

3. 各作業要素におけるあいまいさの考察と定式化

1) 作業要素間の重複の順序関係について²⁾

作業要素間の多様な順序関係については、過去の研究において提案されたとおり、作業要素の開始 (S)、完了 (F) のペアで考えれば SS, SF, FS, FF の4つに分類される。また定式の際、順序関係のあいまいさを定義するメンバ

ーシップ関数の値を λ_i として用いる。なお、先の研究において報告された場合と異なり、作業中断を同時に考慮するので、各要素において必ずしも $F_{ij} - S_{ij} = t_{ij}$ とならない事に留意する必要がある。

2) 作業日数推定について²⁾

作業日数 t_{ij} の推定も、上述同様、先の研究において報告されたとおり、そのあいまいさの内容において4つのタイプに分けられ、その際に導入されるあいまいさを定義するメンバーシップ関数を λ_j とする。

3) 作業が中断された場合について

作業が中断された場合の推定については、その内容において4つのタイプに分けられ、またあいまいさを定義する λ_j を用いる。その具体的な内容を示せば表-1のとおりになる。タイプ1は作業の中断を許さない従来の考えそのものであり、タイプ2は、他の作業との兼ね合いや、最早プランや最遅プランの問題の意味を考慮して、中断を許し、しかもその上限は特に定めないという事である。タイプ3は作業の中断を許すが、中断は最大で d_{ij} までしか許されない場

合である。また、

タイプ4は、でき

る限り中断は望め

ないが、中断を許

すとしても d_{ij} ま

でであるとするあ

いまいな判断の場

合である。その際

の推定をファジィ

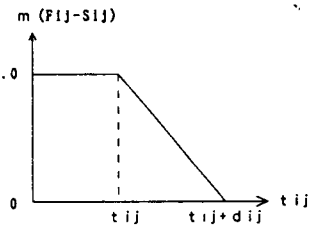


図-1 タイプ4のメンバーシップ関数

タイプ	内容 (下段は表記法)	式
1	作業の中断を許さない場合 { t_{ij} }	$F_{ij} - S_{ij} = t_{ij}$
2	作業の中断を許す場合 { t_{ij} }	$F_{ij} - S_{ij} \geq t_{ij}$
3	作業の中断を許すが、多くとも d_{ij} だけしか延期することが出来ない場合 { $t_{ij}, t_{ij} + d_{ij}$ }	$t_{ij} \leq F_{ij} - S_{ij} \leq t_{ij} + d_{ij}$
4	作業の中断をできる限り許さないが中断された場合でも多くとも d_{ij} だけしか延期できない場合 { $t_{ij}, t_{ij} + d_{ij}$ }	$F_{ij} - S_{ij} \geq t_{ij}$ $1 - \frac{(F_{ij} - S_{ij}) - t_{ij}}{d_{ij}} \geq \lambda_j$

表1. 作業における中断の推定の定式化

4. FPERTモデル

$$Z = \sum (S_{it} + t_{it} + F_{it})$$
Maximize $\Gamma = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ Maximize $\Gamma = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

subject to 1) 各作業要素ペアごとの重複的順序関係に関する式
2) 各作業要素ごとの作業日数に関する式
3) 各作業要素ごとの中断に関する式
4) $\lambda_{1,0} \leq \lambda_{1,1}, \lambda_{2,0} \leq \lambda_{2,1}, \lambda_{3,0} \leq \lambda_{3,1}$

最早プランの場合には上記内容に

$$S_{1,k}=0 \quad (k \in \mathbb{N}_1^+ \text{ の全て})$$
$$Z \leq Z_0$$

最遅プランは、プロジェクトの完了日を最早プランで得られた工期 T に一致させ、ネットワーク日数 Z をできるだけ大きくするという考えにたてば良い。したがって、最遅プランに加える制約条件は次のとおりである。

$$F_{i,j} = T_{i,j} \quad (i \in N_1 \text{ の全て})$$
$$Z_{1,0} \leq Z$$

5. 適用例

$\lambda_{10}=0.8$, $\lambda_{20}=0.7$ と水準値を仮に設定し、数学モデルを解く。結果は次表のとおりであるが、詳細は紙面の都合上割愛する。

1) 中断を許さない場合

最早プラン	ネットワーク日数 $Z_0 = 670$ $\lambda_1 = 1.022$ $\lambda_2 = 0.700$ $Z_0 = 665$ $\lambda_1 = 0.837$ $\lambda_2 = 0.700$ $Z_0 = 664.2$ $\lambda_1 = 0.807$ $\lambda_2 = 0.700$ $Z_0 = 664.001$ $\lambda_1 = 0.800$ $\lambda_2 = 0.700$ 作業日数 $T_0 = 76.4$
最遅プラン	$\lambda_1 = 0.800$ $\lambda_2 = 0.700$ $Z_0 = 664.001$ ネットワーク日数 $Z' = 701.2$ $= 664.81$ $= 752.8$ $= 669$ $= 752.8$ $= 673.95$ $= 752.8$

2) 中断を許す場合

最早プラン	ネットワーク日数			
	$Z_1 = 1410$	$\lambda_1 = 1.022$	$\lambda_2 = 0.700$	$\lambda_3 = 0.667$
	$Z_2 = 1400$	$\lambda_1 = 0.837$	$\lambda_2 = 0.700$	$\lambda_3 = 0.667$
	$Z_3 = 1399$	$\lambda_1 = 0.819$	$\lambda_2 = 0.700$	$\lambda_3 = 0.667$
	$Z_4 = 1398$	$\lambda_1 = 0.800$	$\lambda_2 = 0.700$	$\lambda_3 = 0.667$
	作業日数		$T = 76.4$	

6. おわりに

作業日数，作業間の順序関係及び，作業の中断に関し，それらのあいまいな判断をも含めて，より現実的に即した内容の工程計画，工程管理手法として，FPERTを提案した。モデルは，線形計画問題として定式化されているが，大規模ネットワーク問題に関して本法をそのまま適用するには問題がある。また，資源制約の扱いについても残された課題であり，今後の研究とするものである。

【参考文献】

- 1) 樗木 武, 渡辺義則: 土木計画数学 2, PP1~43(1984)
- 2) 大島正浩: 作業日数と作業要素間の重複的順序関係のあいまいさを同時に考慮した工程計画手法の提案とその応用 (1991)

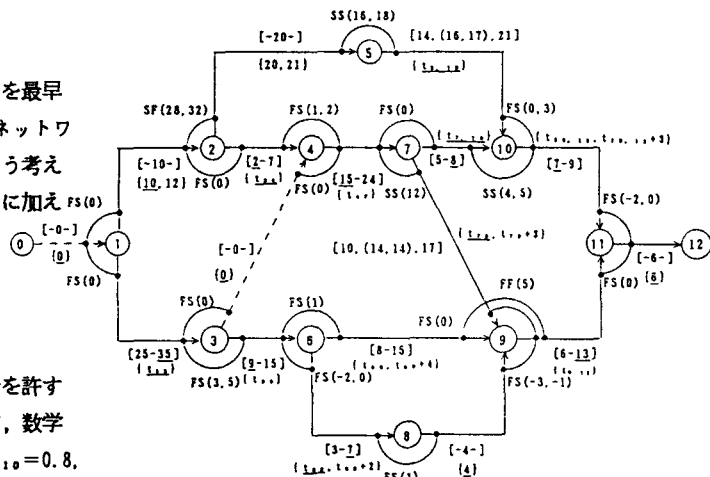


図-2 適用ネットワーク