

波状境界をもつ管路流の数値シミュレーション

九州大学工学部○原野 崇 九州大学総理工 松永信博
九州大学大学院 杉原裕司 九州大学工学部 小松利光

1. はじめに

移動床河川において観察される河床波上の流れは浮流砂、河床形態、自由表面等の様々な因子の相互作用によって形成され、非常に複雑な乱流構造を有する。それらの因子の中でも流速分布や乱れ強度等の流水特性に関しては河床形態の果たす役割が最も大きい。そこで、本研究では河床波の効果によって形成される乱流構造を調べる目的で、波状境界をもつ管路流の数値シミュレーションを行った。

2. 数値解析

管路流においては、乱流の平均特性量は管路の中心線をはさんで上部と下部で対称分布となる。そこで本解析では底面から管路の中心までを解析領域とした。数値計算においては、標準型の $k-\varepsilon$ 乱流モデルが用いられた。流下方向に x 座標、鉛直上向きに y 座標を取り、 x 、 y 方向の流速成分をそれぞれ U 、 V とする。連続の式、運動方程式、乱れエネルギー k の輸送方程式およびエネルギー散逸率 ε の輸送方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} &= g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(-\overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{u'v'}) + \nu \nabla^2 U \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} &= g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(-\overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{v'v'}) + \nu \nabla^2 V \\ \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(kU)}{\partial x} + \frac{\partial(kV)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \nu_t \left(2 \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon U)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon V)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{1k} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(2 \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - c_{2k} \frac{\varepsilon^2}{k} \\ -\overline{u'u'} &= 2 \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} k, \quad -\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad -\overline{v'v'} = 2 \nu_t \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k \\ \nu_t &= c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad c_\mu = 0.09, \quad c_1 = 1.44, \quad c_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 g_x 、 g_y はそれぞれ重力加速度の x 、 y 成分であり、 $P (= p/\rho)$ は圧力密度比、 ν は動粘性係数、 ν_t は渦動粘性係数である。流入及び流出条件としては周期条件を与えた。底面における境界条件として流速に関しては付着条件を、乱れエネルギー k 、エネルギー散逸率 ε に関しては、 $y = y_0$ において次式より与えた。

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa y_0} \quad (2)$$

ここで、 u_* は摩擦速度、 κ はカルマン定数である。管路の中心線における条件としては対称条件を用いた。

以下に定義される諸量を用いて、基礎方程式を無次元化して計算を行った。

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= U/\bar{U}_m, \quad \tilde{V} = V/\bar{U}_m, \quad \tilde{x} = x/a, \quad \tilde{y} = y/a, \quad \tilde{t} = t/(a/\bar{U}_m) \\ \tilde{k} &= k/\bar{U}_m^2, \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon/(\bar{U}_m^3/a), \quad \tilde{P} = P/\bar{U}_m^2, \quad \tilde{\nu} = \nu/(\bar{U}_m \cdot a), \quad \tilde{\nu}_t = \nu_t/(\bar{U}_m \cdot a) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\bar{U}_m$ は平均流速、 a は波状底面の波高であり、 $\sim$ は無次元量を表す。

また、数値計算に際しては時間に関して前進差分、移流項には二次精度の風上差分、その他の項には中央差分を用いた。無次元時間ステップ $\Delta \tilde{t}$ は 0.01、無次元空間メッシュ $\Delta \tilde{x}$ は 0.55、 $\Delta \tilde{y}$ は 0.2 である。解法には

流速圧力同時緩和法を用いた。

計算条件が表-1に示されている。表中の Re は $\bar{U}_m D / \nu$ で定義されたレイノルズ数である。

3. 数値解析結果及び考察

図-1 (a) は平均流速分布の数値解析結果を示したものである。図中の一点鎖線は管路の中心線を示している。波状底面の峰部では流れが加速され、流速分布が一様化して境界層が薄くなる。また、峰部の管路中心付近では速度勾配がほとんど0になっているのが分かる。下り斜面から谷部においては流れが減速され、境界層は厚くなる。

図-1 (b) は、数値解析によって得られた無次元レイノルズ応力 $-\bar{u}'v' / \bar{u}_*^2$ の等値線図である。ここで、 $\bar{u}_*$ は波状底面一波長における平均摩擦速度である。谷部において、レイノルズ応力の値が大きくなる傾向がある。また、Hsuら¹⁾が示摘しているように管路の中心付近では流れ方向にレイノルズ応力が変化しない領域、constant core-regionが形成されているのがわかる。峰部の上方においてレイノルズ応力が小さくなる領域が広がっているのは、その領域で速度勾配がほとんど0になることと対応している。

図-1 (c) は数値解析によって得られた無次元乱れエネルギー $k / \bar{u}_*^2$ の等値線図である。レイノルズ応力同様、管路中心付近では乱れエネルギーは流下方向にほとんど変化せず、レイノルズ応力の大きい領域で乱れエネルギーも大きくなる傾向がある。

図-1 (d) は、数値解析によって得られた無次元エネルギー散逸率 $\varepsilon / \{ \bar{u}_*^3 / (\kappa \Delta y) \}$ の等値線図である。ここで、無次元化に用いる長さスケールとして、カルマン定数 κ と数値解析に用いた無次元空間メッシュ間隔 Δy の積を用いた。底面の近傍を除いて、流下方向に散逸率はほとんど変化しないことがわかる。

表-1 計算条件

平均管径 D (cm)	10.0
底面の波長 L (cm)	22.0
底面の波高 a (cm)	1.00
平均流速 $\bar{U}_m$ (cm/s)	52.0
Re	52000

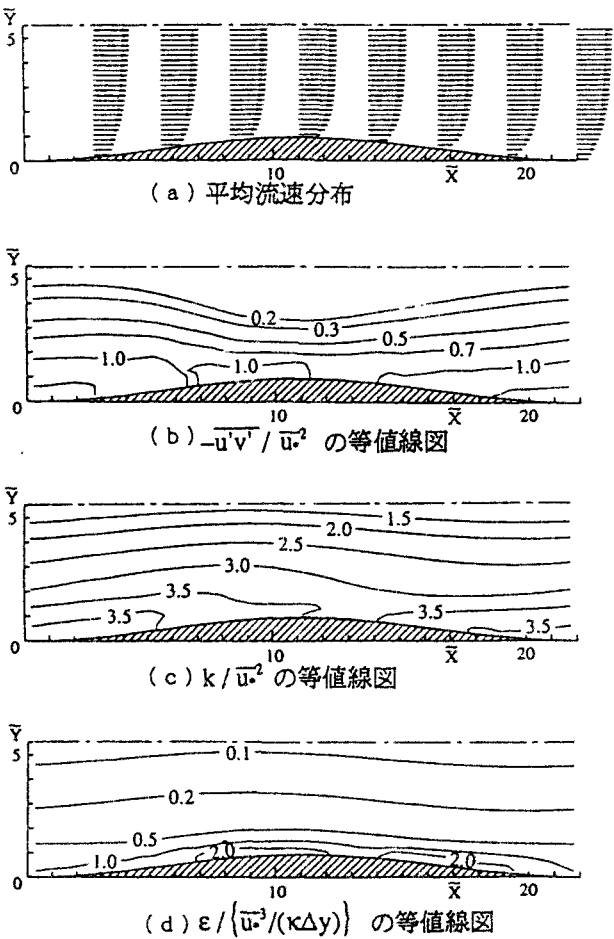


図-1 数値解析結果

参考文献

1) Hsu, s. and Kennedy, J. F. :Turbulent flow in wavy pipes, J. Fluid Mech., vol.47, pp.481-502, 1971.