

非定常下水道流れの水理学特性

長崎大学工学部○学正員 石川 大

正会員 野口 正人

正会員 中村 武弘

1. まえがき

近年、都市域においては生活水準の向上と雨水排水を目的として下水道が急速に整備されてきた。また拡大する都市域に対しては、雨水排水に応ずるために大規模放水路や下水道整備が計画されている。今後、都市域における雨水排水問題を考えるとき、これらの施設の浸水への影響は更に大きくなり、その水理学的特性を知ることは更に重要になると思われる。そこで本研究では、未解明の部分が多い下水道の非定常流れの遷移流（開水路流れから満管流れ・またその逆の流れ）について、数値シミュレーションモデル（プリスマンの4点法）を用いてその水理特性を明らかにする。今までの数値シミュレーションモデルはExplicit法によるものが多いが、今回は数値解析上いろいろな利点を持つImplicit法を用いて解析を行う。

2. 数値シミュレーションモデル

非定常下水道の遷移流れの解析には、1次元流れの基礎方程式を用いる。遷移状況を同じ式で解くためパラメータは、水深・流速とした。

連続方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A}{B} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{q_1}{B} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_1) - \frac{q_2 u}{A} \quad (2)$$

$$\text{ここに、} \quad B = \frac{dA}{dh} \quad S_0 = -\frac{dz}{dx} \quad S_1 = \frac{n^2 u^2}{R^{4/3}} \quad q_1 = \int_0^h q_1 d\sigma \quad q_2 = \int_0^h (U_* - u) q_1 d\sigma$$

数値解析の手法としてプリスマンの4点法（Implicit型）を用い、基礎方程式に適用すると以下のとおりである。

連続方程式

$$\begin{aligned} & h^{i+1/2} \left[\frac{(1-\Phi)}{\Delta t} - \frac{\theta}{\Delta x} u' \right] + h^{i+1/2} \left[\frac{\Phi}{\Delta t} + \frac{\theta}{\Delta x} u' \right] + u^{i+1/2} \left[-\frac{\theta}{\Delta x} \left(\frac{A}{B} \right)' \right] + u^{i+1/2} \left[\frac{\theta}{\Delta x} \left(\frac{A}{B} \right)' \right] \\ & = h^i \left[\frac{(1-\Phi)}{\Delta t} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} u' \right] + h^{i+1/2} \left[\frac{\Phi}{\Delta t} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x} u' \right] + u^i \left[\frac{(1-\theta)}{\Delta x} \left(\frac{A}{B} \right)' \right] - u^{i+1/2} \left[\frac{(1-\theta)}{\Delta x} \left(\frac{A}{B} \right)' \right] + \left(\frac{q_1}{B} \right)' \end{aligned} \quad (3)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} & h^{i+1/2} \left[-\theta \frac{g}{\Delta x} \right] + h^{i+1/2} \left[\theta \frac{g}{\Delta x} \right] + u^{i+1/2} \left[\frac{(1-\Phi)}{\Delta t} - \frac{\theta}{\Delta x} u' + (1-\Phi) \theta g \left(\frac{n^2 |u|}{R^{4/3}} \right)' \right] \\ & + u^{i+1/2} \left[\frac{\Phi}{\Delta t} + \frac{\theta}{\Delta x} u' + \Phi \theta g \left(\frac{n^2 |u|}{R^{4/3}} \right)' \right] \\ & = h^i \left[(1-\theta) \frac{g}{\Delta x} \right] - h^{i+1/2} \left[\theta \frac{g}{\Delta x} \right] + \frac{g}{\Delta x} (Z_{1,i+1} - Z_1) - \left(\frac{q_2 u}{A} \right)' \\ & + u^i \left[\frac{(1-\Phi)}{\Delta t} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} u' - (1-\Phi)(1-\theta) g \left(\frac{n^2 |u|}{R^{4/3}} \right)' \right] \\ & + u^{i+1/2} \left[\frac{\Phi}{\Delta t} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x} u' - \Phi(1-\theta) g \left(\frac{n^2 |u|}{R^{4/3}} \right)' \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{ここに、 } u' = \Phi \left\{ (1-\theta) u_{i+1} + \theta u_{i+1}^* \right\} + (1-\Phi) \left\{ (1-\theta) u_i + \theta u_i^* \right\}$$

$$\left(\frac{A}{B} \right)' = \Phi \left\{ (1-\theta) \left(\frac{A}{B} \right)_{i+1} + \theta \left(\frac{A}{B} \right)_{i+1}^* \right\} + (1-\Phi) \left\{ (1-\theta) \left(\frac{A}{B} \right)_i + \theta \left(\frac{A}{B} \right)_i^* \right\}$$

$$\left(\frac{q_1}{B} \right)' = \Phi \left\{ (1-\theta) \left(\frac{q_1}{B} \right)_{i+1} + \theta \left(\frac{q_1}{B} \right)_{i+1}^* \right\} + (1-\Phi) \left\{ (1-\theta) \left(\frac{q_1}{B} \right)_i + \theta \left(\frac{q_1}{B} \right)_i^* \right\}$$

$$\left(\frac{q_2 u}{A} \right)' = \Phi \left\{ (1-\theta) \left(\frac{q_2 u}{A} \right)_{i+1} + \theta \left(\frac{q_2 u}{A} \right)_{i+1}^* \right\} + (1-\Phi) \left\{ (1-\theta) \left(\frac{q_2 u}{A} \right)_i + \theta \left(\frac{q_2 u}{A} \right)_i^* \right\}$$

この方法では、2m個の未知数に対して2m-2個の方程式が得られる。残りの2個の未知数には、上流端・下流端において境界条件を与える。方程式は、繰り返し計算によって求った次の時刻の水深・流速の近似値を与え、Implicit型の2m個の式は、掃き出し法を用いて解いた。計算に用いた計算時間間隔は30(s)で、計算格子間隔はマンホールを格子点としたため35-120(m)である。

またImplicit法は、Explicit法と比較すると次のような利点がある。①C.P.L.条件に制約されないため計算時間間隔および計算格子間隔を大きくとれる、②CPUタイムが短い、③計算状態が安定している、④精度がよいなどである。

3. 数値計算結果

今回は長崎県長崎市の浦上地区に位置する下水道を取り上げて数値シミュレーションを行った。数値シミュレーションは、下水道が満管になる要因として考えられる次の1つの場合について行った。

CASE 1：設計流量を超える流量が下水道を流れる場合。上流端の流量は時間とともに変化し、最大流量として長崎豪雨災害時の降雨量の4倍に当たる24(m³/s)を与えた。横流入量は、考えないものとする。

図1、図2にCASE 1の場合における下水道の遷移流れの数値シミュレーション結果を示す。図1は、各マンホールでの動水勾配とその点での流速(矢印)を示す。図2に水位ハイドログラフを示す。図2は上流端(N0.1)とN0.6の水位のハイドログラフを示す。図2のN0.6の水位は、上流端の影響を受けながら、開水路流れから満管流れ、そして開水路流れへと遷移する状態が良く表されている。N0.6の水位が、開水路から満管になる前に微妙に変動しているが、これはN0.6の上流側が満管になり、その影響を受け水位が下がったものと考えられる。また、満管流れから開水路流れに遷移した後にみられる振動は、N0.6より上流側が次々と満管流れから開水路流れに遷移したため上流からの流量が微妙に変化したためと考えられる。

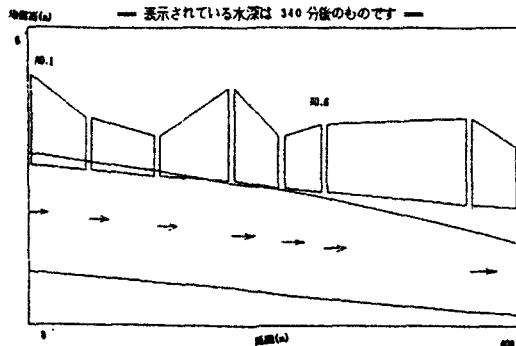


図1 動水勾配

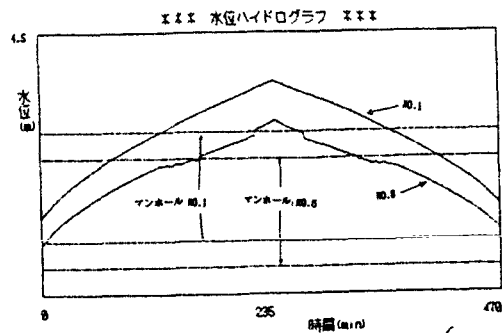


図2 水位ハイドログラフ

4. あとがき

今回、この数値シミュレーションモデルによって設計流量を超える流れについての下水道の遷移流れの状態を明らかにした。一般に下水道は複雑な構造を有しているので、今後マンホールの接続部や支管との相互関係を含めて計算を続けて行くつもりである。その他の数値シミュレーション結果については、講演時に発表する。