フラクタルモデルを用いた降雨の空間スケールについて

九州大学工学部　正　員　森山聡之
九州大学工学部　正　員　平野宗夫
九州大学大学院　学生員○安道竜也

1. まえがき　流出解析を行う場合、どの程度の空間スケールを流域要素の基準とすべきかという基本的問題が明らかではない。また、降雨現象は決定論的に論じることが非常に難しいため、従来から確率論的手法など、様々な方法を用いてそのシミュレーションが考えられてきた[1]。ところで、1975年にマンデルブローによって発表されたフラクタル幾何学には、降雨現象をあらわす幾何学としていくつかの研究例[2),3)]がある。本研究は、フラクタル幾何学の手法を用いて、降雨域の空間特性の抽出を行い、降雨シミュレーションの基礎資料を得ることを目的とする。今回は降雨域の特徴の一つとして、降雨域を直交座標メッシュで表した場合の、任意の二つのメッシュ間の距離と、降雨強度の差の関係に着目する。そして、自然の山地や雲の形を表すのに用いられている中点変位法が、降雨強度の空間分布を表すモデルとして適用できるかどうかを考える。

2. 計算式　ブラウン運動を拡張した、マンデルブローとヴァン・ネスによって発表された、フラクショナルブラウン運動の概念を用いる。これは、山脈や雲の形などの自然界で見られるランダムフラクタルを表現する方法として、最も有効な数学モデルの一つである。フラクショナルブラウン運動のフラクタル次元を計算する式は、

$$E[\{R(s)-R(t)\}^2] \propto \| s-t \|^{2H} \qquad (1)$$

$$D=3-H \qquad (2)$$

である。ここでE[ ]は期待値、Rは降雨強度、s,tは任意の二つのメッシュの位置、$\| s-t \|$はs,t間の距離、Hはフラクタル次元を決定するためのパラメータ、Dはフラクタル次元を表す。さらに今回は、中点変移法を用いて、降雨強度の空間分布を計算機でシミュレーションすることを試みる。この中点変位法とはメッシュの格子点において、正方形上に並ぶ四つの格子点の中心点に、周りの四点の値の平均値に分散σ平均0の正規分布にしたがう乱数を加えた値を与えるものである。すなわち、基本的には、

$$R(x,y)=R(x+\Delta,y+\Delta)+R(x+\Delta,y-\Delta)+R(x-\Delta,y+\Delta)+R(x-\Delta,y-\Delta)+\sigma\cdot r \qquad (3)$$

ここで、x,yは格子点の位置、rは標準正規分布にしたがう乱数を表す。
上式を用いて値を決めるというものである。この段階での格子点間の距離は2Δである。σは各段階ごとに$(1/2)^{H/2}$を乗じて更新される。

3. 計算結果とその考察

3.1レーダデータを用いた場合　データは建設省九州北部レーダのものであり、それを対流性・層状性二つの降雨パターンについて、代表的なものを選び、極座標表示なので3km四方の直交座標メッシュに変換し、そのメッシュのうちレーダの半径120kmの定量域内に入るメッシュについて、上記の計算を行う。計算結果の一部を図-1、図-2に示す。

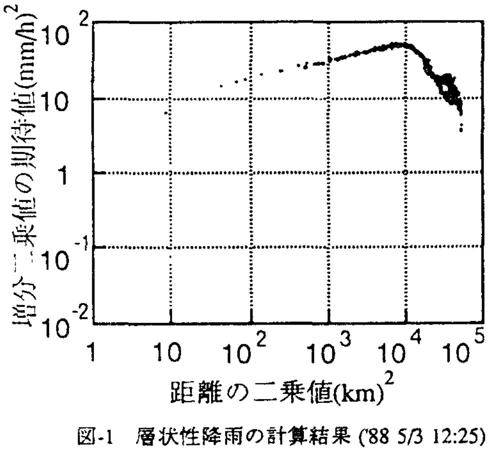


図-1　層状性降雨の計算結果 ('88 5/3 12:25)

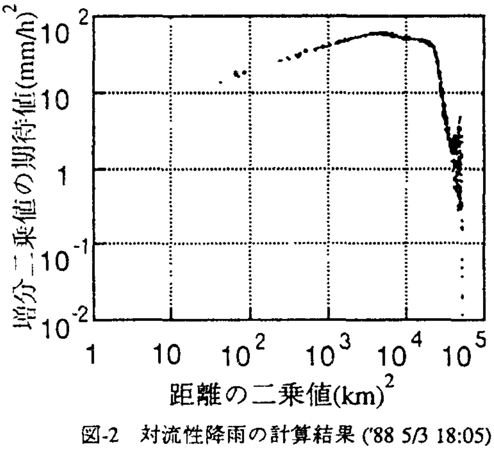


図-2　対流性降雨の計算結果 ('88 5/3 18:05)

図-1、図-2を見ると距離の二乗値が層状性降雨の場合10000(km)^2、対流性降雨の場合5000(km)^{2}まではほぼ直線状になっていて、この範囲では(1)式は成立している。直線の傾きから、層状性降雨の場合H=0.25、(2)式よりフラクタル次元D=2.75、対流性降雨の場合H=0.32,D=2.68となる。この次元Dについては、筆者らが以前に計算したもの[5]と同様に、対流性の場合の方が層状性の場合よりも小さくなるという結果が出た。これらは降雨域の重要な特徴の一つであり、降雨シミュレーションを行う際、参考にできると思われる。また、層状性降雨のほうが対流性降雨よりも雨域が広いことで、対流性降雨よりも広い範囲で(1)式が成立することが説明できる。

3.2模擬データを用いた計算

(1)降雨強度Rを乱数で与えた場合　結果のグラフを図-3に示す。直線の傾きHは理論通りH≒0となる。

(2)降雨強度Rの分布に平面を仮定した場合　結果のグラフを図-4に示す。厳密に直線にのっていてH=1.0となる。

(3)降雨強度分布を中点変位法で与えた場合　図-5に(1)式を用いて計算した結果示す。なお、三つの場合ともに初期標準偏差σ_0=1とする。それぞれの場合において、横軸の値が200より小さい部分でHの値を求めてみると(a)0.22(b)0.22(c)0.39となる。このようにパラメータHと(1)式から求めたHが等しくならず、また、図-5には図-1,図-2のように、ほぼ直線状の部分を過ぎると値が減少して行くという傾向はでていない。これについてはさらに検討する必要がある。

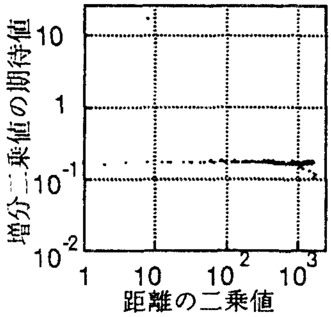


図-3 シミュレーション

$R(x,y)$={区間[0,1)の乱数} H≒0

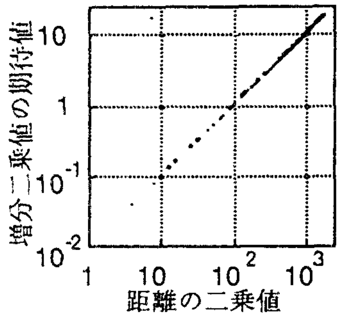
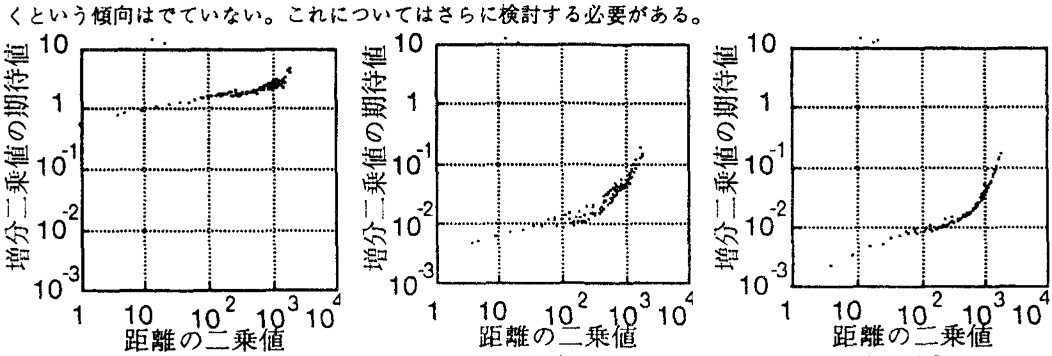


図-4 シミュレーション

$R(x,y)$=0.1×$(x+y)$ H=1.0



(a)H=0.1　(b)H=0.5　(c)H=0.9

図-5 中点変位法によるシミュレーション(Hは理論値)

4. 結論　以下のようなことがわかった。降雨強度の空間分布にもフラクショナルブラウン運動の特徴(ある範囲では(1)式が成立する)がある。これは空間スケールの特徴であるともいえる。また、それより求めたフラクタル次元Dも、対流性降雨よりも層状性降雨の方が値が大きい。中点変位法の降雨シミュレションへの適用については、さらに検討が必要である。

謝辞　貴重な示唆を頂いた東京都土木研究所の小川進研究員に厚くお礼を述べる次第である。

参考文献

1)中津川誠・山田正・内藤修・水島徹治:流域スケールの風の場と降雨のシミュレーション:第33回水理講演会論文集(1989) p109-p114

2)S.LOVERJOY and B.B.MANDELBROT:Fractal properties of rain, and a fractal model,Tellus 37A (1985) p209-p232

3)S.Lovejoy:Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas,Science 216(1982) p185- p187

4)H.-O.Peitogen,D.Saupe編、山口昌哉監訳:フタクタルイメージ:シュプリンガーフェアラーク東京(1990)

5)森山聡之・平野宗夫・安道竜也:フラクタル次元を用いた雨域の空間特性に関する研究,第46回年次学術講演会講演概要集(1991) p62,p63