漏水性帯水層からの揚水による地下水の非定常流動解析

九州東海大学工学部　正会員　市川　勉
九州東海大学工学部　正会員　星田　義治
九州東海大学工学部○学生会員　大城　智

1．はじめに　他の領域（帯水層）から水の補給を受ける場合、揚水試験データは単層収水井戸からの揚水に比べると、その水頭の変動は予測つかないものになる。そこで、漏水を考慮した解析式を導き、数値計算することによりその水頭と漏水量を求め現地のデータと比較したものをここで述べる。

2．基礎式の展開と無次元化　漏水のある被圧帯水層における地下水流動モデルは、図－１のようになる。図－１では、数値計算式を誘導するうえで必要な記号も記入している。数値計算式を誘導するために、次のような仮定をする。Ｉ）２つの帯水層は、ともに水平で、均質当方である。（Ⅱ）井戸は、下部の被圧帯水層底面まで完全に貫入している（Ⅲ）各帯水層内の地下水の流れは、Ｄａｒｃｙの法則が成立する。（Ⅳ）漏水は、中間の難透水層を通して行われ、鉛直方向のみに発生する。（Ｖ）井戸へ向かう流れは、放射流である。

井戸に関する連続の式

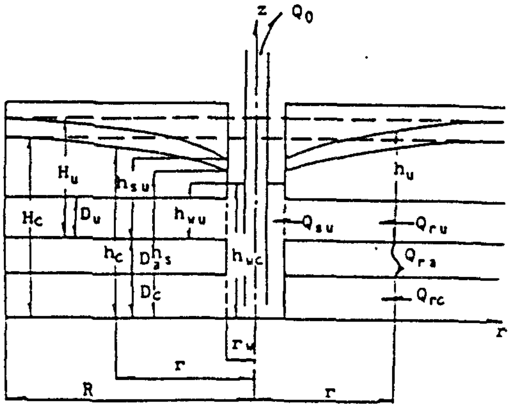
揚水開始後、井戸内の水位は、一定揚水量Ｑ0と上下両帯水層からの浸み出し量ＱＳの差によって変化するので次のようになる。

$$(A_u - A_p)\frac{dh_{wc}}{dt} = Q_s - Q_0 \qquad (1)$$

ここに、$Q_s = Q_{su} + Q_{sc}$ であるが $Q_{sc} = 0$ なので、$Q_s = Q_{su}$ となる。

帯水層内の流れの方程式

帯水層内の流れの方程式は、運動方程式と連続の式からなり、これらの方程式を導く上で、中間の難透水層を通して行われる漏水を考慮するひつようがある。この漏水を連続の式で考慮すれば、以下のようになる。



図－１　漏水のある被圧帯水層

上部被圧帯水層

$$Q_{ru} = 2\pi r k_u D_u \frac{\partial h_u}{\partial r} \qquad (2)$$

下部被圧帯水層

$$Q_{rc} = 2\pi r k_c D_c \frac{\partial h_c}{\partial r} \qquad (3)$$

中間の難透水層では、漏水の方向が下向きを正とすれば、幅ｄｒ当りで（４）式になる。

$$Q_{r3} = 2\pi r k_3 \frac{h_u + D_3 + D_c - h_c}{D_3} \qquad (4)$$

連続の方程式より帯水層内の流れの方程式は、以下のようになる。

上部被圧帯水層

$$\frac{\partial h_u}{\partial t} = \frac{k_u D_u}{r S_u}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h_u}{\partial r}\right) - \frac{k_3}{S_u}\frac{h_u + D_c + D_3 - h_c}{D_3} \qquad (5)$$

下部被圧帯水層

$$\frac{\partial h_c}{\partial t} = \frac{k_c D_c}{r S_c}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h_c}{\partial r}\right) + \frac{k_3}{S_c}\frac{h_u + D_c + D_3 - h_c}{D_3} \qquad (6)$$

式（６）および（７）に対する初期および境界条件は、以下のようになる。

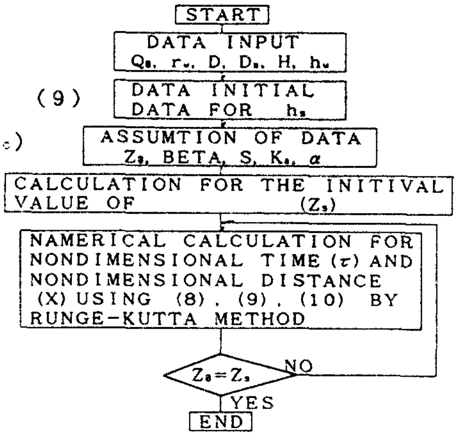
$$\begin{aligned}
& t \leq 0 \quad ; Q_0 = 0 \\
& \qquad r = R \text{ or } \infty \ ; \ h_u = H_u,\ h_c = H_c \\
& t < 0,\ r = r_w ;\ (A_w - A_p)\frac{dh_{wc}}{dt} = Q_s - Q_0 \\
& \qquad Q_s = |\,Q_{ru}\,|\ r = r_w = Q_{su} \\
& \qquad Q_{su} = 2\pi r_w W K D_u (h_{su} - h_{wu})^{1/2} \\
& \qquad Q_{sc} = |\,Q_{rc}\,|\ r = r_w = 0 \\
& \qquad r = R \text{ or } \infty \ ; \ h_u = H_u,\ h_c = H_c
\end{aligned} \qquad (7)$$

式（１）から（６）までを式（７）の境界条件で解くわけだが、条件の中にも微分方程式が入ってるので解析的に解くことは、困難である。そこで、各式を無次元化し、数値計算を行う無次元化を行う無次元化すると、式（５）、（６）、（７）は以下の様になる。

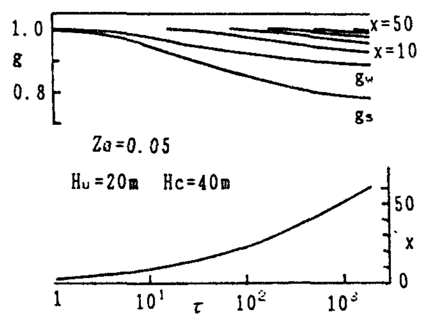
$$\frac{dg_u}{d\chi_u} = \frac{Z_u}{\chi_u}$$
$$\frac{dZ_u}{d\chi_u} = -\frac{y_{0u}{}^2 \chi_u{}^2}{2} + \chi_u k_{3u} A \left(g_u + g_{3u} - \frac{g_c}{g_{12}} \right) \tag{8}$$
$$\frac{dg_c}{d\chi_c} = \frac{Z_c}{\chi_c}$$
$$\frac{dZ_c}{d\chi_c} = -\frac{y_{0c}{}^2 \chi_c{}^2}{2} + \chi_c k_{3c} B \left(g_u g_{12} + \frac{g_{3u}}{g_{12}} - g_c \right) \tag{9}$$
$$\tau \leqq 0 \quad ; g_w = g_s = g = 1.0$$
$$\tau > 0,\ \xi = 1\ ;\ \frac{dg_w}{d\tau} = 2S' (Z_s - Z_0) \tag{10}$$
$$Z_s = \alpha (g_s - g_w)^{1/2}$$
$$\xi = R\ ;\ g = 1.0$$
$$r = R\ ;\ h = H$$

ここで、gは水頭を、Zは流量、αは井戸枠の抵抗係数、xは距離をそれぞれ表す無次元量である。

3．数値計算　数値計算式では、式（8），（9）を式（10）の境界条件に従って時間方向、空間方向で行い、時間方向の各ステップに対応して空間方向のステップを計算する。この場合帯水層の諸元として、帯水層の揚水前の水頭、層厚、涵養半径、また井戸の諸元として、井戸の半径、実験データとして揚水量と井戸内の水頭を与える。次に、難透水層と帯水層の透水係数が既知であるものとして値を与えるか、または仮定する。空間方向では、帯水層の井戸の中心から放射方向の水頭の変化および漏水量、井戸へしみ出す流量等の計算は、式（8）、（9）を式（10）の境界条件でrunge-kutta 法により、2点境界値問題としてshoo-ting methodにより数値計算する。この方法は井戸枠の外側の水頭を仮定し放射方向に、水頭を数値計算して、涵養境界上の、境界条件の水位、水頭に一致するまで初期値を設定しなおす方法である。この計算でえられた井戸枠の外側の水頭と井戸内の水頭から無次元の井戸へのしみ出し量を計算し、与えられたZ_0とほぼ一致したとき計算が終了したものと見なし、その結果を出力する。以上の計算の流れを図－2に示す。



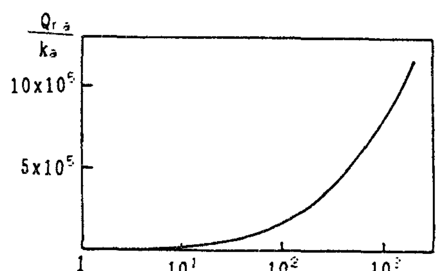
図－2　数値計算フロー



図－3　計算結果（空間変化と影響半径）

4．数値計算結果と考察　3．で示した方法によって計算した結果の一例を図－3、図－4に示す。図－3は、漏水がある場合のg_w、g_s、各半径の地下水頭の時間変化である。影響半径が拡大して行くと次第に水頭の変化が少なくなってくる。更に時間が経つと一定化していく傾向がある。これは、下部被圧帯水層からの水の供給があるためである。また、この図の下部には影響円半径の広がっていく状況を示している。この間の漏水量の変化を図－4に示す。

以上の結果から漏水のある場合について地下水の流れがほぼつかめることがわかった。



図－4　計算結果（漏水量の変化）