

三つの帯水層からの揚水による 地下水の非定常流動の解析

九州東海大学工学部 正会員 市川 勉

九州東海大学工学部 正会員 星田 義治

九州東海大学工学部〇学生会員 石坂 裕之

1. はじめに 単独の帯水層ではなく、2つ以上の帯水層、すなわち多層帯水層から揚水する多層取水する井戸は我が国では最も一般的形式井戸である。本報告書では多層帯水層から同時揚水する場合の地下水の非定常流に対する解析式を井戸損失、各帯水層間の漏水等を考慮して導き、例として3層帯水層から揚水した場合についての結果について述べる。

2. 基礎式の展開と無次元化 以下の展開する式において、次の仮定を用いる。

a) 帯水層内の流れではDarcyの法則がともに成り立つ。b) 難透水層を通じて生じる漏水は、鉛直方向のみ行われる。c) 井戸枠のストレーナーは均等に開孔されている。d) 井戸は完全貫入井とする。

図-1のように各部の諸元を仮定すると、以下のような関係式を導くことができる。

帯水層内の流れの方程式

$$\frac{\partial h_{c1}}{\partial t} = \frac{k_{a1} D_1}{r S_1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h_{c1}}{\partial r} \right) - \frac{k_{a1}}{S_2} \cdot \frac{h_{c1} + D_{a1} + D_2 - h_{c2}}{D_{a2}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{c2}}{\partial t} = & \frac{k_{a2} D_2}{r S_2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h_{c2}}{\partial r} \right) + \frac{k_{a1}}{S_2} \cdot \frac{h_{c1} + D_{a1} + D_2 - h_{c2}}{D_{a1}} \\ & - \frac{k_{a2}}{S_2} \cdot \frac{h_{c2} + D_{a2} + D_3 - h_{c3}}{D_{a3}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h_{c3}}{\partial t} = \frac{k_{a3} D_3}{r S_3} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h_{c3}}{\partial r} \right) + \frac{k_{a3}}{S_3} \cdot \frac{h_{c2} + D_{a2} + D_3 - h_{c3}}{D_{a2}} \quad (3)$$

初期及び境界条件

$$t \leq 0 : Q_0 = 0 \quad r = R ; h_{c1} = H_{c1}, h_{c2} = H_{c2}, h_{c3} = H_{c3}$$

$$t > 0 : r = r_w ;$$

$$(A_w - A_p) \frac{d h_{wc2}}{d t} = Q_s - Q_0, \quad Q_s = Q_{sc1} + Q_{sc2} + Q_{sc3}$$

$$\begin{aligned} Q_{sc1} &= 2 \pi r_w K_{c1} D_1 (h_{sc1} - h_{wc1})^{1/2} \quad (h_{sc1} > h_{wc1}, i = 1, 2, 3) \\ Q_{sc1} &= -2 \pi r_w K_{c1} D_1 (h_{wc1} - h_{sc1})^{1/2} \quad (h_{sc1} < h_{wc1}, i = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (4)$$

$$r = R ; h_{c1} = H_{c1}, h_{c2} = H_{c2}, h_{c3} = H_{c3}$$

(1)から(5)の各式を(6)の条件で解くために、上記の各式を無次元化して数値計算する。無次元化すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d g_{c1}}{d x} &= \frac{Z_{c1}}{x} \\ \frac{d Z_{c1}}{d x} &= -\frac{y_{0c2}^2 x Z_{c1}}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &+ x \cdot k_{a1} A_1 (g_{c1} + g_{a1} - g_{c2} / g_{12}) \\ \frac{d g_{c2}}{d x} &= \frac{Z_{c2}}{x} \\ \frac{d Z_{c2}}{d x} &= -\frac{y_{0c2}^2 x Z_{c2}}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &+ x \cdot k_{a12} B_1 (g_{c1} g_{12} + g_{a12} - g_{c2}) \\ &- x \cdot k_{a2} A_2 (g_{c2} + g_{a2} - g_{c3} / g_{23}) \\ \frac{d g_{c3}}{d x} &= \frac{Z_{c3}}{x} \\ \frac{d Z_{c3}}{d x} &= -\frac{y_{0c2}^2 x Z_{c3}}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$+ x \cdot k_{a23} B_2 (g_{c2} \cdot g_{23} + g_{a23} - g_{c3})$$

初期及び境界条件は

$$t_{c1} \leq 0 : Z_0 = 0 \quad x = x ; g_{c1} = 1, g_{c2} = 1, g_{c3} = 1$$

$$t_{c1} > 0 : x = 1 ; \frac{d g_{wc2}}{d t_{c3}} = 2 S_3' (Z_3 - Z_0)$$

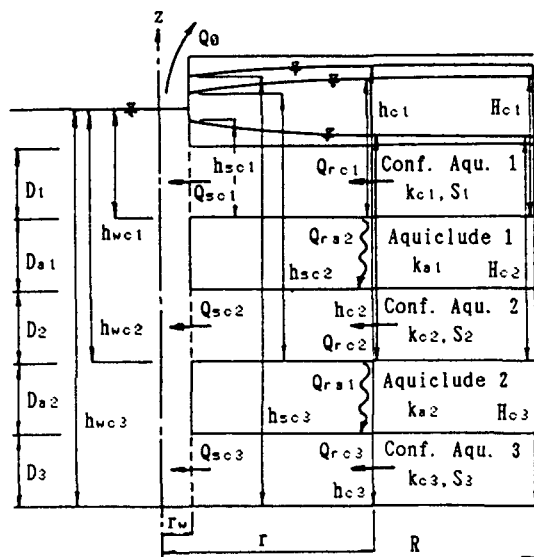


図 1 三層帯水層システム

$$Z_s = \frac{k_{ac12} \cdot k_{ac23}}{k_{a1} \cdot k_{a2}} \cdot g_2 D \cdot g_{12} \cdot g_{23} \cdot Z_{sc1} + \frac{k_{ac22}}{k_{a2}} \cdot g_2 D \cdot g_{23} \cdot Z_{sc2} + Z_{sc3} \quad (8)$$

$$Z_{sc1} = \alpha_{c1} (g_{sc1} - g_{wc1})^{1/2} \quad (g_{sc1} > g_{wc1}, i = 1, 2, 3)$$

$$Z_{sc1} = -\alpha_{c1} (g_{wc1} - g_{sc1})^{1/2} \quad (g_{sc1} < g_{wc1}, i = 1, 2, 3)$$

$$x = x; g_{c1} = g_{c2} = g_{c3} = 1$$

ここに、 g で表された記号群は無次元の水頭を、 Z は流量を、 k は透水係数の比を、 α は井戸枠の抵抗を、 x は距離を、 A 、 B は係数をそれぞれあらわす。

3. 数値計算 数値計算式では、(5)式から(7)式を(8)式の境界条件でrunge-kutta法によって行う。この場合、帯水層の諸元として、帯水層の揚水前の、水頭、層厚、涵養半径、また井戸の半径、揚水量と井戸内の水頭を与える。次に難透水層と帯水層の透水係数が既知であるものとして値を与えるか、または仮定する。帯水層の井戸の中心から放射方向の水頭の変化および漏水量、井戸へしみ出す流量等の計算は、(5)から(7)式を(8)式の境界条件でrunge-kutta法により、2点境界値問題としてshooting methodで数値計算する。この方法は井戸枠の外側の水頭を仮定し放射方向に、水頭を数値計算して涵養境界上の境界条件の水位、水頭に一致するまで初期値を設定しなおす方法である。この計算で得られた井戸枠の外側の水頭と井戸内の水頭から無次元の井戸へのしみ出し量を計算し、与えられた Z_0 とほぼ一致した時計算が終了したものと見なし、その結果を出力する。以上の計算の流れを図-2に示す。

4. 数値計算結果 3. で示した方法によって計算した結果の一例を図-3、4に示す。図-3のグラフは水位の時間変動を示したグラフである。

図-4は各帯水層からの流出量の割合を百分率で表したものである。これを見ると二番目帯水層から一番多く出ており、三番目帯水層からは一割程度しか流出していないことが解る。

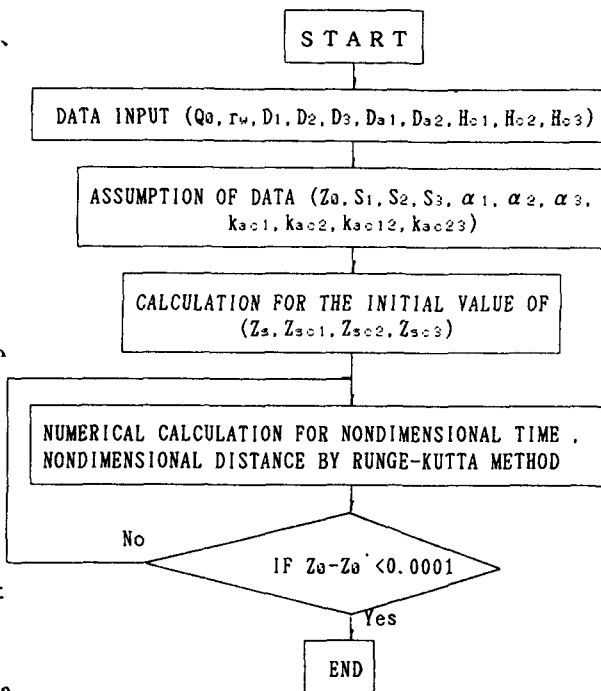


図-2 数値計算フロー

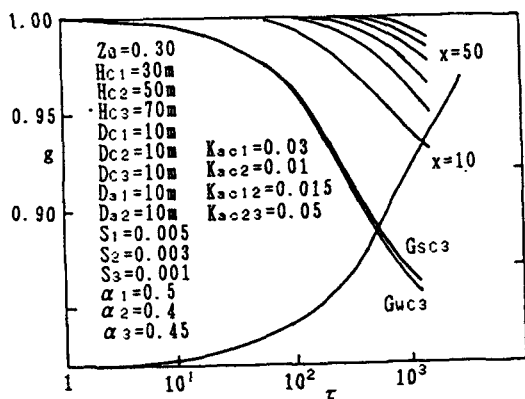


図-3 水頭の時間変化

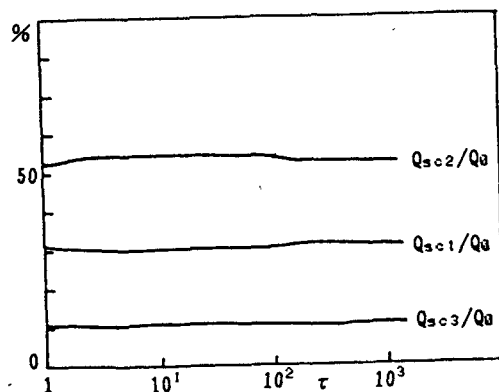


図-4 各帯水層からの流量