

開水路縦分散に及ぼすアスペクト比の影響

九州工大 正 員 藤崎 一裕
九州工大 学生員 大木 宏之
九州共立大 正 員 栗谷 陽一

1. はじめに

矩形断面を有する開水路流れにおける移流分散係数について、水路の横断幅 B と水深 h の比(アスペクト比)ならびに流下方向の密度勾配の影響について調べた。開水路内の分散に及ぼすアスペクト比の影響については、いくつかの検討がなされているが、¹⁻⁴⁾ 本報では、現象の概略を簡単に記述することを目的とした。従って、水深方向の流況は無限幅の等流の現象で近似できるものとし、横断方向の変化は底面摩擦の変化により表されるものとした。

2. 理論的解析

2・1 密度勾配の影響がない場合

等流状態の流れを仮定し、図1のように座標軸をとると、常用の記号を用いて、この場合の x 方向の運動方程式が(1)式で与えられる。

$$\rho g h i - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz} = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$\tau_{xy} = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \tau_{xz} = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2)$$

である。流速分布 $u(y, z)$ 及び渦動粘性係数 ν 、 (y, z) に次式を用いる。

$$u(y, z) = u_*(y) \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_*(y) \cdot z}{\nu} + 5.5 \right) \quad (3)$$

$$\nu(y, z) = u_*(y, z) \cdot \kappa \cdot z (1 - z/h) \quad (4)$$

(2)、(3)、(4)式を(1)式に代入して、全水深にわたって積分して、摩擦速度 $u_*(y)$ の横断方向の分布を次式により求める。

$$\rho g h i + u_*(y) \left(u_* + \frac{1}{\kappa} \right) \frac{d^2 u_*}{dy^2} + \nu_* \left(u_* + \frac{2}{\kappa} \right) \left(\frac{du_*}{dy} \right)^2 - \rho u_*^2 = 0 \quad (5)$$

(5)式を積分して、摩擦抵抗の全潤辺における総和が前もって与えられた流れ場の値と等しくなるように $u_*(y)$ の分布を求めた。このとき水路側壁の抵抗は、水路底端部で引いた 45° の線(D-D')に関して対称の値を持つものとした。

$u_*(y)$ が与えられると(3)、(4)式で水路内の流れの様子が規定される。

次に分散係数を求めるため拡散項の濃度を次式で近似する。

$$C = C_0(1 + K h x_1) + \hat{C}, \quad (6)$$

$$x_1 = x - \langle u \rangle t, \quad \langle u \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h u \, dz$$

K は(無次元濃度勾配に対応する)定数、 x_1 は平均流速で動く点から見た移動座標である。

このとき(7)式で求められる。

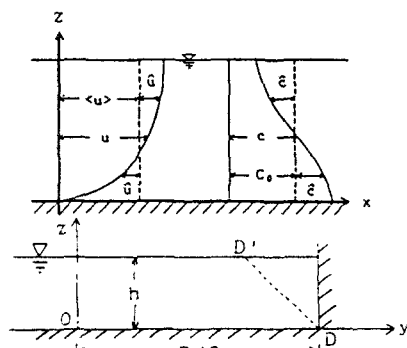


図1 座標軸

$$\hat{u} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \hat{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \hat{c}}{\partial z} \right)$$

$$\hat{u} = u - \langle u \rangle \quad (7)$$

分散係数 D_L は次式となる。

$$D_L = \frac{1}{A} \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^h \hat{u} \hat{c} \, dz \, dy \quad (8)$$

$$A = B \cdot h$$

2・2 密度勾配の影響がある場合

流下方向の密度勾配の影響を σ をパラメータとした摂動法により解析する。(詳細は文献5参照)

$$\hat{u} = u_*(y) (\hat{u}_0 + \hat{u}_1 \sigma + \hat{u}_2 \sigma^2 + \dots) \quad (9)$$

$$\nu_* = u_*(y) (\nu_{*0} + \nu_{*1} \sigma + \nu_{*2} \sigma^2 + \dots) \quad (10)$$

$$\hat{C} = \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \sigma + \hat{C}_2 \sigma^2 + \dots \quad (11)$$

ここに

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{g h^2}{u_*^2} \cdot \frac{dc}{dx} \cdot \left(\frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (12)$$

σ は流下方向密度勾配と一般流のエネルギーとの比に対応する。この場合拡散物質の濃度(したがって密度)が流況に影響を与える。

従って(1)式に対応する式が無次元表示で次式となる。

$$0 = 1 - \sigma + \left(\frac{h}{B/2} \right)^2 \int_0^h \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} \, dz - \tau_{xz} \quad (13)$$

ここに、

$$y^* = y/h \cdot \frac{h}{B/2}, \quad z = z/h$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy} / \rho u_{*0}^2 \quad (14)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xz} / \rho u_{*0}^2$$

以下、前項の場合と同様にして $\sigma \neq 0$ の場合の流れの状況及び分散係数が求められる。

表 1

	2 A	2 B	2 C
σ	-0.05	0.0	0.05
B/h	4.0	10.0	20.0

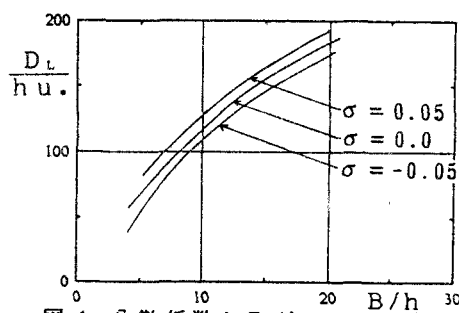
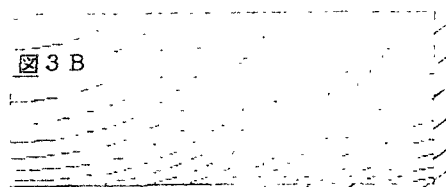
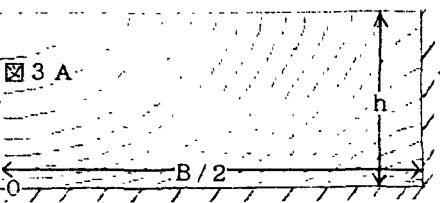
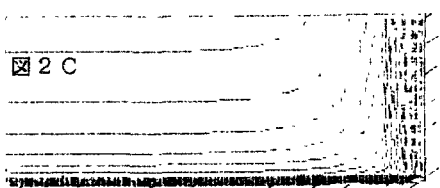
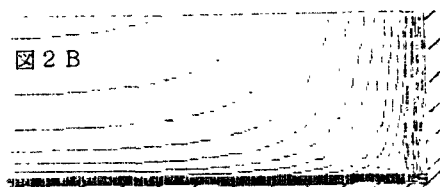
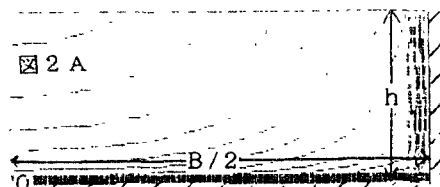
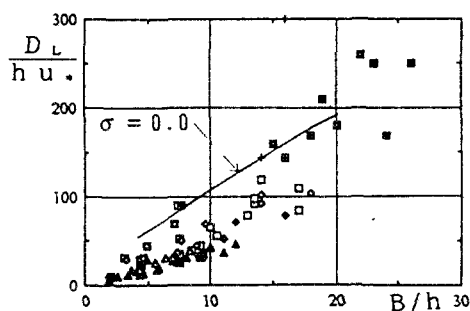
図 4 分散係数と B/h 、 σ との関係

図 5 実験値と計算値の比較

3. 計算結果及び考察

図 2 に断面内流速分布、図 3 に c の分布を示す。(各条件は表 1 参照)

これらの図からアスペクト比が増大するにつれて、水路中央部に側壁の影響を受けることが少ない部分が増大している様子が分かる。

また、 $\sigma > 0$ の安定状態の方が $\sigma < 0$ の不安定状態に比べて、断面内混合が抑えられる様子が示されている。図 4 に示されている分散係数と $(B/2)/h$ 、 σ との関係から同様のことが言える。

図 5 には $\sigma = 0$ の場合について、これまでに発表されている実験値との比較を示す。本報での解析では断面内 2 次流を考慮していない。また、水深方向と水平方向の渦粘性(拡散)係数には同じ値を用いている。さらに側壁抵抗の取り扱いも検討の余地を残している。このようなことが計算値が実験値とずれている原因と考えられる。

終わりに、本研究に協力された本学学生、高原幸之助君に感謝する。

4. 参考文献

- 1) Chatwin P.C. and Sullivan P.J.; JFM(1982) vol120, pp.347-358
- 2) Sooky A.A.; Proc.ASCE(1969) vol195 No.HY4 pp.1327-1346
- 3) Iwasa Y. and Aya S.; Environmental Hydraulics (1991) pp.509-511
- 4) Asai K., Fujisaki K. and Awaya Y.; ibid pp.493-498
- 5) Fujisaki K., Minami Y. and Awaya Y.; Specialized Conference on Coastal and Estuarine Pollution(1987), pp.237-244