

非保存性傾斜プリュームのシミュレーション

九州工業大学工学部 学生員 ○坂本 浩一

同 上 正 員 秋山 壽一郎, 浦 勝

1. 序論

一定な浮力フラックスを有する重い流体が、斜面上に連続的に放出されると、先端部と後続部より成る傾斜プリュームを形成する。特に、重い流体が沈降性の浮遊粒子によって形成される場合、粒子の河床からの巻き上げ、流動層からの粒子の離脱沈降を生じる。この場合、傾斜プリュームは浮力フラックスが増減し、“非保存性”となる。本研究は、後続部を巻き上げ・沈降を伴う漸変下層密度流として取り扱い、先端部にもこの粒子連行機構を組み込むことにより、一定の浮力フラックスの流入によって形成される巻き上げ・沈降を伴う傾斜プリュームのシミュレーションを行なったものである。

2. 定常傾斜プリュームの理論

水平面と角度 θ をなす傾斜面上を流下する傾斜プリュームを図-1に示すようにモデル化する。

後続部の支配方程式：後続部は、混合層、及び定常部と通常呼ばれる下層の2つの層から成る。ここでは、後続部は混合層も含めた厚さと考え、水(E_w)及び粒子(E_s)の連行量を考慮した1次元定常2層流として、モデル化を行なう。つまり、Ellison & Turner(1959)が提案した定常漸変下層密度流の支配方程式に巻き上げ・沈降を付加した式(1)～(3)を使用する。

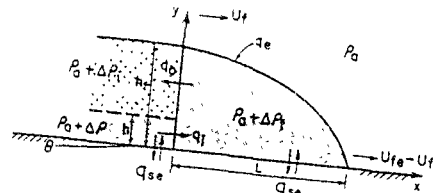


図-1 定義図

$$dR/dx = 3R/h \left[\frac{(1 + (f_s R / 2f_a)) E_w / f_1 - (f_2 / f_4) R \tan \theta + f_b / f_4}{1 - (f_s R / f_4)} + 3R/h \left\{ \frac{(R / (B \cos \theta))^{1/2} R / f_3}{(1/3)(1/R + f_s / 2f_a) q_{se} / B} \right\} / \{1 - (f_s R / f_4)\} \right] \quad (1)$$

$$dh/dx = \left\{ \frac{2 - (f_s R / 2f_a) E_w / f_1 - (f_2 / f_4) R \tan \theta + f_b / f_4}{1 - (f_s R / f_4)} + \left\{ \frac{(R / (B \cos \theta))^{1/2} R / f_4}{(f_s / 2f_a) q_{se} / B} \right\} / \{1 - (f_s R / f_4)\} \right\} \quad (2)$$

$$dB/dx = -(E_w B) / (f_1 h) + \{ (R / (B \cos \theta))^{1/2} / f_3 \} (q_{se} / h) \quad (3)$$

ここに、 U = 平均流速； h = 層厚； B = 平均浮力； θ = 底面勾配； f_b = 底面摩擦係数； E_w = 周囲水連行係数； E_s = 浮力に対する粒子連行係数(= $E_s \sigma g$)； q_{se} = 連行粒子の単位長さあたりのフラックス(= $V_r(E_s - b_s \cos \theta)$)； σ = 相対密度(= $(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$)； R = Richardson数(= $B \cos \theta / U^2$)； b_s = a 点での局所浮力。 $f_1 \sim f_5$ は速度分布、浮力分布の不均性を考慮して導入された以下のように定義される係数である。

$$f_1 = \int u dy / U h ; f_2 = \int b dy / B h ; f_3 = \int b u dy / B U h ; f_4 = \int u^2 dy / U^2 h ; f_5 = \int 2b dy / B h^2 \quad (4)$$

乱流密度流に対して、周囲水の連行は Richardson 数だけの関数であることが実験的に確認されており、流動層上端では巻き上げ・沈降の効果は無視できるものとして、 $E_w = c/R$ の形の連行係数を用いる。底面における粒子連行を与える式としては、式(5)・(6)(Akiyama & Fukushima(1986))で示した濃度に対する粒子連行係数を用いる。

$$E_s = 3.0 \cdot 10^{-12} z^{10} (1 - 5/z) \quad \text{for } z < 13.4 \quad (5) \quad \text{ここに、} z = (u / V_r) R_p^{0.5} ; R_p = \text{粒子 Reynolds 数} = D_p \sqrt{\sigma g D_p} / \nu ;$$

$$E_s = 0.3 \quad \text{for } z \geq 13.4 \quad (6) \quad D_p = \text{粒子径} ; \nu = \text{動粘性係数} ; u_s = \text{河床摩擦速度} = f_b \sqrt{U^2} ;$$

$$V_r = (\sigma g \nu W_s)^{1/3} ; W_s = f(D_p) ; D_p = \sigma g D_p^3 / \nu^2 .$$

流入条件 [流速 $U(0)$, 層厚 $h(0)$, 浮力 $B(0)$] を与え、式(1)～(3)を同時に解くことによって、後続部の諸特性量 [$U(x)$, $h(x)$, $B(x)$] を計算することができる。

先端部の支配方程式：先端部重心とともに移動する座標系を用い基礎方程式を導く。先端部においては、先端部移動速度が後続部より遅いため、両領域間の相対速度が生じ、高密度の流体が後続部から先端部へ送りこまれる。それと同時に先端部では強い渦運動のため周囲水が連行され、先端部は混合希釈される。希釈された流体は境界面に発生した強いシアのため引きちぎられ、混合層を形成する。先端部はこれらの機構を考慮してモデル化しなす必要がある。後続部から先端部へ供給される流量を q_{s1} 、先端部における連行量を q_{se} 、先端部から出ていく流量を q_{s0} とし、これらの流量を式(7)～(9)のように仮定し、対応する浮力フラックス q_{s1} , q_{se} , q_{s0} をそれぞれ式(10)～(12)で与える。

$$q_{s1} = h(U - U_r) \quad (7), \quad q_{se} = E_a U_r L \quad (8), \quad q_{s0} = (h_r - h)(U_r - U_m) \quad (9)$$

$$q_{s1} = B h (U - U_r) \quad (10), \quad q_{se} = 0 \quad (11), \quad q_{s0} = B_m (h_r - h)(U_r - U_m) \quad (12)$$

ここに、 E_a = 先端部での周囲水の連行係数； L = 先端部の長さ； h_r = 先端部の最大厚； U_m = 混合層の平均流速； B_m = 混合層の平均浮力； U_r = 先端部重心の移動速度。

先端部の形状は断面アスペクト比 $f(\theta)$ と体積補正係数 S_1 は式(13),(14)で定義される。式(14)で、 A は先端部の断面積である。Britten & Linden(1980)、Wood(1966)、Hoppfinger(1977) 等のデータに基づく保存性傾斜プリュームの結果を本モデルに対しても準用できると仮定すると、式(15)のように表現できる。一方、 S_1 については、先端部形状を矩形と仮定し、 $S_1=1.0$ と置く。矩形形状に対する付加質量 M' 及び付加質量係数 A_m 、及び関数 P はそれぞれ(16)～(18)式で表わされる。

$$f(\theta) = h_r/L \quad (13), \quad S_1 = A/(h_r L) \quad (14), \quad f(\theta) = 0.00275\theta + 0.24 \quad \text{for } \theta = 5^\circ \sim 90^\circ \quad (15)$$

$$M' = \rho_a P \pi h_r^2/4 \quad (16), \quad A_m = P \pi f(\theta)/4 \quad (17), \quad P = 2.4328 - 2.5854f(\theta) + 2.2051f(\theta)^2 \quad (18)$$

先端部移動速度 $U_{r,c}$ は U_r と先端部の発達率 (dL/dt) との和で表現し、更に $x=U_{r,c}t$ を用いると、先端部の支配方程式 (運動量方程式、体積、質量保存、先端移動速度の式) は式 (19)～(22)で与えられる。

$$d[(1+A_m)S_1U_rh_r^2]/dx = [g(S_1-1)+S_1B_r]h_r^2\sin\theta/U_r + f(\theta)[k_aB_r(h_r^2-h^2)\cos\theta/2 - Bh^2\cos\theta/2 + (1+B/g)h(U-U_r)^2 - k_a^2(1+k_aB_r/g)(h_r-h)U_r^2 - C_dU_r^2h_r]/U_r \quad (19)$$

$$d[S_1h_r^2]/dx = f(\theta) [(U-U_r)h/U_r - k_a(h_r-h)] + E_a h_r \quad (20)$$

$$d[S_1B_rh_r^2]/dx = f(\theta) [B(U-U_r)h/U_r - k_a k_\theta(h_r-h) + Lq_{*c}/U_r] \quad (21)$$

$$U_{r,c}/U_r = \{1+f(\theta)^{-1}\}dh_r/dx \quad (22)$$

ここに、 C_d = 抵抗係数; k_a 、 k_θ は $k_a = 1 - U_m/U_r$; $k_\theta = B_m/B_r$ で定義される補正係数; C_d と E_a の関数形は秋山ら(1991)参照。

3. 数値計算手法

本モデルでは先端部及び後続部ともに、連立常微分方程式で与えられるので、両部とも4次のルンゲ・クッタ法を用い計算を行なった。 Δx は計算精度と効率を考慮して初期層厚 h_0 の10%とした。先端部の全抵抗係数は“保存性”の場合と同一とした。底面摩擦係数は後続部と同じ $f_b=0.01$ を用い、 $k_u=0.6$ 、 $k_\theta=0.2$ を用いた。先端部の特性量を求めるにあたっては、後続部を解いて得られた値を先端部の境界条件として計算を行なった。従って、与えられた上流端での流入条件 $[U(0), B(0), h(0)]$ に対し、後続部の特性量 $[U(x), B(x), h(x)]$ が計算でき、これらの値を先端部の境界条件として先端部の特性量 $[U_r(x), B_r(x), h_r(x), U_{r,c}(x)]$ が計算される。

4. 計算結果

図-2 に初期流入条件 ($R_0 = 0.3$, $h_0 = 1.0$ m, $B_0 = 0.3$ m/s²)、粒径 $d = 0.1$ mm、斜面角 $\theta = 5^\circ$ の場合の“加速・侵食性”、図-3 ($R_0 = 0.3$, $h_0 = 1.0$ m, $B_0 = 0.3$ m/s², $d = 0.35$ mm, $\theta = 10^\circ$) に“減速・堆積性”の場合のシミュレーション結果 (添字に n を付けたもの) を示す。特に、図-2 では“保存性”の傾斜プリュームのシミュレーションの結果 (添字に c を付けたもの) も示してある。いずれの図も縦・横軸ともに初期条件で無次元化してある。

流動形態としては、これら以外に“減速・侵食性”がある。この形態は、大きな初期運動量を持った重い流体が流入した場合に発生する。巻き上げ・沈降を伴う傾斜プリュームは、初期流入条件、粒径、斜面角の3つの要素に支配され、保存性の場合と較べてその発生形態は複雑である。今後の課題としては、実験を行ない、シミュレーション結果との比較・検討を行ないたい。

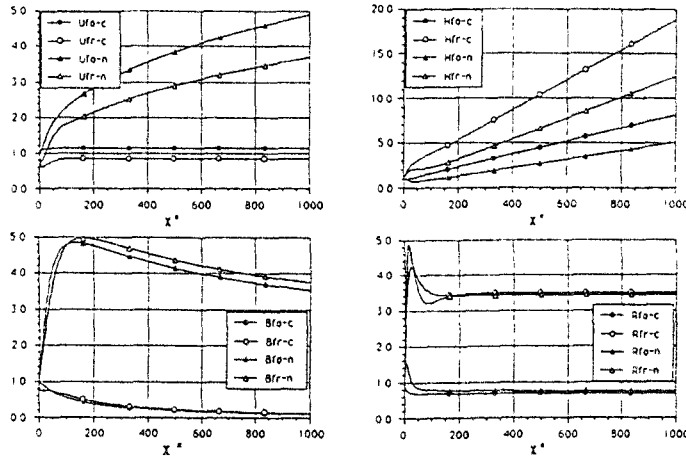


図-2 シミュレーション結果 (加速・侵食性)
($R_0=0.3, h_0=1.0$ m, $B_0=0.3$ m/s², 粒径 $d=0.1$ mm, 斜面角 $\theta=5^\circ$)

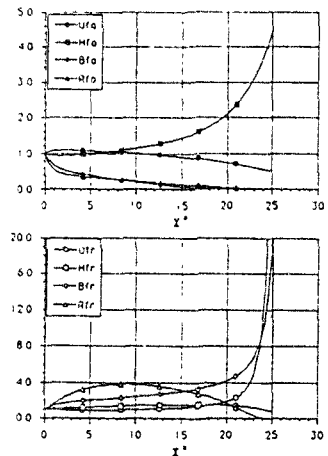


図-3 シミュレーション結果 (減速・堆積性)
($R_0=0.3, h_0=1.0$ m, $B_0=0.3$ m/s², $d=0.35$ mm, $\theta=10^\circ$)

5. 参考文献: 秋山ら(1991), 水工論文集 第35巻; Britten & Linden(1980), J.F.M.; Akiyama & Fukushima(1986) Int'l symp. Sediment Transport Modeling; Ellison & Turner(1959), J.F.M.; Hoppfinger(1977), Glaciology; Wood (1966), U of N.S.W.