

非定常傾斜ブリュームのシミュレーション

九州工業大学工学部 学生員 ○河野謙介

同 上 正 員 秋山壽一郎、浦 勝

1. 序論

周囲水より密度の大きい水が傾斜面上に連続的に放出されると、傾斜面に沿って発達し、先端部と後続部より成る傾斜ブリュームを形成する。傾斜ブリュームに関する従来の理論研究は、流入条件が連続的かつ一定に維持された場合を対象としている。ところが、実用計算では非定常な条件下で流れの特性を予測することが要求される。本研究は、非定常な流入条件に対する傾斜ブリュームの挙動を数値計算によりシミュレートしたものである。

2. 理論

水平面と角度 θ をなす傾斜面上を流下する傾斜ブリュームを図-1に示すようにモデル化する。座標軸は傾斜面に沿って x 座標、これと直交上向き方向に y 座標を取る。以下、それぞれの領域に対して支配方程式を示す。

後続部の支配方程式：後続部は先端部で間欠的に発生する渦が置去られることによって形成される層と重い流入水によって形成された下層の上部とが混ざりあった混合層、及び通常定常部と呼ばれる下層の2つの層から構成されている。ここでは、後続部は混合層も含めた厚さと考え、進行量の評価を考慮した1次元非定常2層流としてモデル化を行なう。基礎方程式は、 h を層厚、 B と U を断面平均浮力及び流速として、それぞれ式(1)～(3)で与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U h}{\partial x} = E_e U \quad (1) \quad , \quad \frac{\partial f_2 B h}{\partial t} + \frac{\partial B U h}{\partial x} = 0 \quad (2) \quad , \quad \frac{\partial U h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (h U^2 + \frac{f_2 B h^2 \cos^2 \theta}{2}) = f_1 B h \sin \theta - f_2 U^2 \quad (3)$$

ここに、 E_e =連行係数、 f_2 =底面抵抗係数、 $B=(\Delta \rho / \rho_w) g$ 、 g =重力加速度、 ρ_w =周囲水の密度、 $\Delta \rho$ =密度差。 f_1 と f_2 は次式で定義される形状係数であり、連行係数 E_e は芦田・江頭による経験式(6)を使用する。

$$f_1 = \int b dy / B h \quad (4) \quad , \quad f_2 = \int 2 b dy / B h^2 \quad (5) \quad , \quad E_e = 0.0015 R \quad (6)$$

ここに、 b =局所浮力、 R =Overall Richardson数($=B h \cos \theta / U^2$)。

本研究では、式(1)と(3)を特性曲線法を用いて解くことにより、流速 U と層厚 h を求め、同時に式(2)を差分し、式(2)、(7)、(8)を連立させて流速 U 、層厚 h 、浮力 B を解く方法を用いた。形状係数 f_1 、 f_2 を x と t に対して独立と仮定し、式(1)と(2)の偏微分方程式を x - t 平面上の1対の特性方程式と1対の全微分方程式に変形すると、式(7)と(8)が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = U + \lambda A_2 \quad (7) \quad , \quad \frac{dU}{dx} + H \frac{dh}{dx} + G = 0 \quad (8)$$

ここに、 H 及び G は次式で与えられる。

$$H = \frac{U + \lambda A_2}{h + \lambda U} \quad ; \quad G = \frac{A_1 + \lambda A_3}{h + \lambda U} \quad ; \quad \lambda = \frac{(h/U)(D_3 \pm \sqrt{D_1})}{D_2} \quad ; \quad D_1 = f_2 R \quad ; \quad D_2 = -f_2 R \quad ; \quad D_3 = 0$$

$$A_1 = -E_e U \quad ; \quad A_2 = f_2 R U^2 / h \quad ; \quad A_3 = U^2 [R \{ (f_2 / 2) (h/B) \frac{dB}{dx} - f_1 \tan \theta \} + f_2 + E_e] / h$$

先端部の支配方程式：先端部重心とともに移動する座標系を用い基礎方程式を導く。先端部移動速度は後続部より遅いため、高密度の流体が後続部から先端部へ送りこまれる。それと同時に先端部では強い渦運動のため周囲水が連行され、先端部は希釈混合される。希釈された流体は、境界面に発生した強いシアのため引きちぎられ、先端部後方へ混合流体を残し混合層を形成する。後続部から先端部へ供給される流量を q_1 、先端部における連行量を q_e 、先端部から出ていく流量を q_0 とし、これらを(9)～(11)式のように仮定し、対応する浮力束 q_{B1} 、 q_{Be} 、 q_{B0} を式(12)～(14)で与える。

$$q_1 = h(U - U_z) \quad (9) \quad q_e = E_e U_z L \quad (10) \quad q_0 = (h_z - h)(L_z - L_x) \quad (11)$$

$$q_{B1} = B h(U - U_z) \quad (12) \quad q_{Be} = 0 \quad (13) \quad q_{B0} = B_x (h_z - h)(L_z - L_x) \quad (14)$$

ここに、 E_e =先端部における連行係数、 h_z =先端部最大厚、 L =先端部の長さ、 U_z =混合層の平均流速、 B_x =混合層の平均浮力、 U_z =先端部重心の移動速度。先端部の形状は、式(15)と(16)で定義される断面アスペクト比 $f(\varphi)$ と体積補正係数 S_1 によって表現することが可能である。

$$f(\varphi) = h_z / L \quad (15) \quad , \quad S_1 = A / (h_z L) \quad (16) \quad \text{ここに、} A = \text{先端部の断面積。}$$

上記の諸関係を考慮すると、運動量方程式、体積、及び質量保存の式は(17)～(19)式で与えられる。先端部移動速度 U_z は、先端重心移動速度 U_z と先端部の発達率との和で決定されると仮定すると、(20)式で表わされる。

$$\frac{d}{dt} [(1 + A_x) S_1 L_z h_z^2] = [g(S_1 - 1) + S_1 B_z] h_z^2 \sin \theta + f(\varphi) [k_3 B_z (h_z^2 - h^2) \frac{\cos^2 \theta}{2} - \frac{B h^2}{2} \cos^2 \theta + (1 + \frac{B}{g}) h(U - U_z)^2 - k_u^2 (1 + \frac{k_3 B_z}{g}) (h_z - h) U_z^2 - C_u U_z^2 h_z] \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} [S_1 h_z^2] = f(\varphi) [(U - U_z) h - k_u U_z (h_z - h)] + E_e U_z h_z \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} [S_1 B_z h_z^2] = f(\varphi) [B(U - U_z) h - k_u k_3 B_z L_z (h_z - h)] \quad (19)$$

$$U_{f,e} = U_f + \frac{1}{f(\theta)} \frac{dh_f}{dt} \quad (20)$$

ここに、 A_m =付加質量係数、 C_d =抵抗係数、 k_1, k_2 は次式で定義される補正係数。

$$k_1 = 1 - U_m/U_f \quad (21) \quad , \quad k_2 = B_m/B_f \quad (22)$$

$f(\theta)$ に関しては、広範囲の θ に対して得られたBritter・Lindenの結果に基づく関係式を用いる。

$$f(\theta) = 0.00275\theta + 0.24 \quad , \quad \theta = 5^\circ \sim 90^\circ \quad (23)$$

一方、 S_1 については、広範囲の底面勾配を対象として、先端部形状を矩形と仮定し、本モデルでは $S_1=1.0$ と置く。矩形形状に対する付加質量 M' 、及び付加質量係数 A_m はそれぞれ式(24)と(25)で表わされ、 P は近似的に式(26)で表わされる関数である。

$$M' = \rho_m P h_f^2 / 4 \quad (24) \quad , \quad A_m = P f(\theta) / 4 \quad (25)$$

$$P = 2.050 - 1.176 f(\theta) + 0.761 f(\theta)^2 \quad (26)$$

3. 数値計算手法

後続部は、 L_x を初期層厚の10%、 L_t はクーロン条件を満足するように定め、式(2),(7),(8)を差分化し、上流端での境界条件 $[u(0,t), B(0,t), h(0,t)]$ を与え、上流から下流に向かって計算を進めた。先端部の諸量は後続部を解いて得られた値を先端部の境界条件として、式(17),(18),(19)の連立常微分方程式を4次のルンゲ・クッタ法で計算した。後続部と先端部での計算経過時間が同一である事実を考慮し、これを両領域の接続条件とした。また、本モデルに含まれる未定係数 $f_\theta, C_d, E_d, k_1, k_2$ は、流れの確立領域を対象として決定された値($f_\theta=0.01, k_1=0.6, k_2=0.2$ 、及び図-3に示す C_d, E_d の値)を用いた。

4. Simulation

底面勾配を $\theta=10^\circ$ 、初期層厚、浮力を $h_0=0.05(m)$ 、 $B_0=0.049(m/s^2)$ 、初期流速 U_0 を図-3のように先端移動距離に応じて、2通りに変化させた場合の流速、層厚、及び浮力の流下方向の変化のシミュレーション結果をそれぞれ図-4,5に示す。

5. 結論

本研究では、上流端での非定常な流入条件に対して傾斜ブリュームのシミュレーションを行ない、数値計算が可能であることを示した。今後の課題としては、この計算結果と実験データとの比較が必要と思われる。

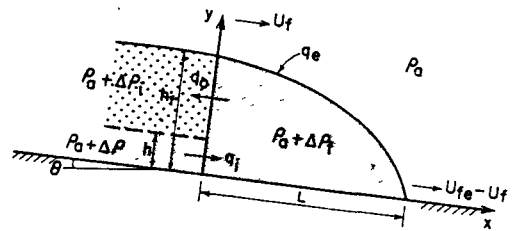


図-1 Definition Sketch of Inclined Plume

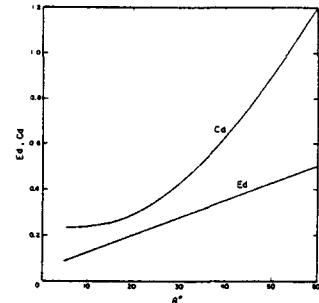


図-2 Dependence of E_d and C_d on θ

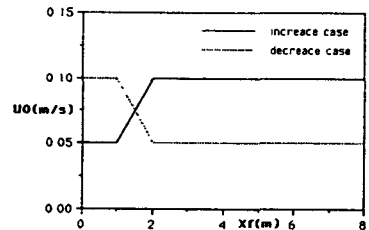


図-3 Variation of Initial Velocity

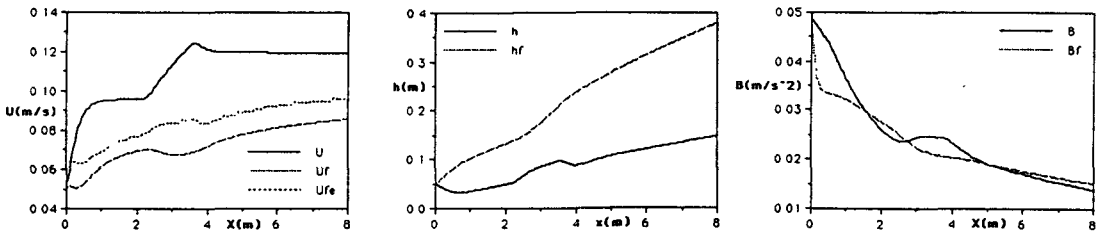


図-4 Results of Simulation (increase case)

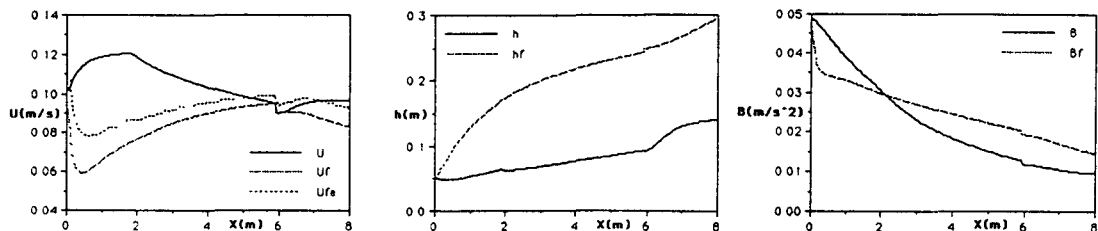


図-5 Results of Simulation (decrease case)

参考文献

1) Britter & Linden : J.F.M., 1980; 2) 秋山, Wei, 浦 : 水工学論文集, No. 35, 1991; 3) Ashida & Egashira : Proc. 17th Congress, IAHR, 1977; 4) Ellison & Turner : J.F.M. Vol. 6, 1959