吸水による遡上波の変化に関する一計算

鹿児島大学工学部　学生会員　坂本龍治
鹿児島大学工学部　正 会 員　佐藤道郎

1．まえがき

海浜変形制御法の一つとして前浜での吸水による方法がある。この方法の機能として前浜に砂を吸着させ堆積させることが考えられているが、単にそれだけにとどまらず、吸水によって漂砂帯の流れなどの条件が変化し、それが海浜変形の様相を変えているようにも思われる。例えば、吸水によってｗａｖｅ　ｓｅｔ－ｕｐが抑制され、波の遡上も弱められ、ｕｎｄｅｒｔｏｗなどの沖向き流れの変化をもたらすことも考えられ得る。そういった事柄が少しはっきりしてくるとこの方法がどの程度の可能性を持ったものかもう少し見えてくるように思われる。そこで、まず直接に最も影響を与えるのは遡上波に対してであろうから吸水による遡上波について調べてみることとした。遡上波の変化については既に河田によって検討されているが、底面から一様に吸水する場合のものであった。著者らは汀線に平行に埋設したパイプで吸水するシステムを念頭に実験も行っており、ここではそのような場合を対象として計算で検討しょうとしている。

2．計算の概要

x'を水平座標、z'を鉛直座標として２次元非圧縮流体の連続ならびに運動量方程式は

$$\frac{\partial u'}{\partial x'}+\frac{\partial w'}{\partial z'}=0 \quad (1) \qquad \frac{\partial u'}{\partial t'}+u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+w'\frac{\partial u'}{\partial z'}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x'}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial z'} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t'}+u'\frac{\partial w'}{\partial x'}+w'\frac{\partial w'}{\partial z'}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial z'}-g \quad (3)$$

底は緩勾配とし、浸透流速をv'_zで表すと、境界条件は次で与えられる。

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t'}+u'\frac{\partial \eta'}{\partial x'}=w' \quad at\ z=\eta' \quad (4) \qquad -u'\frac{dh'_t}{dx'}=w'+v'_z \quad at\ z'=-h'_t \quad (5)$$

長波近似（静水圧分布）を用い、（１），（２）式を底から水面まで積分し、Leibnitz' ruleと境界条件を用いて、水平速度成分を深さ方向に一様と仮定すると、緩勾配斜面での有限振幅浅水波の連続ならびに運動量方程式が次のように得られる。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'}+\frac{\partial}{\partial x'}(h'U')=-v^* \quad (6) \qquad \frac{\partial}{\partial t'}(h'U')+\frac{\partial}{\partial x'}\left(h'^2U'+\frac{g}{2}h'^2\right)+gh'\tan\theta'+\frac{\tau b'}{\rho}+U'v'^*=0 \quad (7)$$

ここに、$\tan\theta'=-dh_t'/dx'$ 。次の無次元変数を導入する。

$$x=\frac{x'}{\sqrt{gh'}\,T'} \quad h=\frac{h'}{H'} \quad t=\frac{t'}{T'} \quad u=\frac{U'}{\sqrt{gh'}} \quad v^*=\frac{v'^*}{H'/T'} \quad \theta=\frac{\tan\theta'}{\dfrac{H'}{\sqrt{gH'}\,T'}} \quad \tau_b=\frac{\tau_b}{\dfrac{\rho g H'^2}{\sqrt{gH'}\,T'}}$$

無次元化された支配方程式は次のようになる。$\tau_b=f_w|u|u$ と表して

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(hu)=-v^* \quad (8) \qquad \frac{\partial}{\partial t}(hu)+\frac{\partial}{\partial x}\left(u^2h+\frac{h^2}{2}\right)+\theta h+f_w|u|u+uv^*=0 \quad (9)$$

吸水による浸透速度v^* は、図１に示すように底面からａの深さに強さ $-q'/2\pi$の吸い込みがあり、底面に対して鏡像の位置に強さ $q'/2\pi$の湧き出しがある場合の底面ｘ軸上の速度 $-\dfrac{aq'}{\pi(x^2+a^2)}$ で与えることとする。図２に示す座標で無次元化された表現は次式で与えられる。

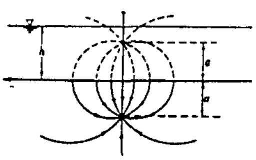
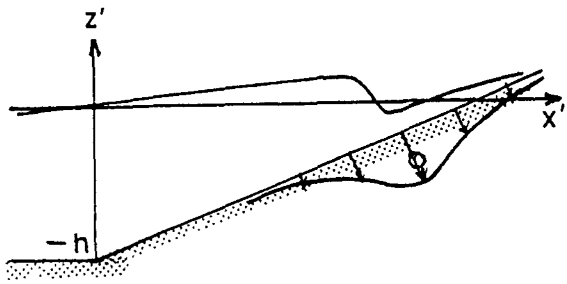


図１

$$v^{*}=-\frac{aq}{\pi\{(x-x_0)^2+a^2\}} \quad (10)$$

有限振幅浅水波の計算には、かつては特性曲線法がよく用いられたが、Hibberd & Peregrine(1979)はLax-Wendroff法を用い、その後、その方法はPackwood(1983)やKobayashi,Otta & Roy(1987)等によって用いられている。その詳細は Hibberd & Peregrine(1979)に示されている。Lax-Wendroff法は従属変数が保存量の場合に用いられるもので、（８），（９）式の従属変数ｕ，ｈを流量ｍ＝ｈｕとして新たに保存量である質量と運動量を従属変数とする式に書き直すと次のようになる。

図2



$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial m}{\partial x}+v^{*}=0 \quad (11) \qquad \frac{\partial m}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{m^2}{h}+\frac{h^2}{2}\right]+\theta h+\tau_b+\frac{m}{h}v^{*}=0 \quad (12)$$

この両式をベクトルの形に書くと

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}+\frac{\partial \tilde{F}}{\partial x}+\tilde{G}=0 \quad (13) \qquad \tilde{u}=\begin{bmatrix} m \\ h \end{bmatrix},\quad \tilde{F}=\begin{bmatrix} \frac{m^2}{h}+\frac{h^2}{2} \\ m \end{bmatrix},\quad \tilde{G}=\begin{bmatrix} \theta h+\tau_b+\frac{m}{h}v^{*} \\ v^{*} \end{bmatrix} \quad (14a, b)$$

本来のLax-Wendroff法は$\tilde{G}$が０の場合のものであるが、これはあってもかまわない。

$\tilde{u}_{j,n}=\tilde{u}(j\Delta x, n\Delta t)$と表して$\tilde{u}_{j,n+1}$に対する差分式は次となる。

$$\tilde{u}_{j,n+1}=\tilde{u}_{j,n}-\lambda\left[\frac{1}{2}(\tilde{F}_{j+1,n}-\tilde{F}_{j-1,n})+\Delta x\,\tilde{G}_{j,n}\right]+\frac{1}{2}\lambda^2(\tilde{g}_{j,n}-\tilde{g}_{j-1,n}-\Delta x\,\tilde{S}_{j,n})+\tilde{D}_{j,n} \quad (15)$$

ここに、

$$\tilde{g}_{j,n}=\frac{1}{2}[\tilde{A}_{j+1,n}+\tilde{A}_{j,n}]\left[\tilde{F}_{j+1,n}-\tilde{F}_{j,n}+\frac{\Delta x}{2}(\tilde{G}_{j+1,n}+\tilde{G}_{j,n})\right],\quad \lambda=\frac{\Delta t}{\Delta x},\quad \tilde{A}=\begin{bmatrix} \frac{2m}{h} & \left[h-\frac{m^2}{h^2}\right] \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S}_{j,n}=\Delta x\left[\frac{\partial \tilde{G}}{\partial t}\right]_{j,n}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\left(\theta-\frac{mv^{*}}{h^2}\right)(m_{j+1,n}-m_{j-1,n}+2\Delta x\,v^{*}_{j,n})+\Delta x\left(\frac{\partial \tau_b}{\partial t}\right)_{j,n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16\text{-a,b,c,d})$$

$(\partial\tau_b/\partial t)_{j,n}$についてはJonsson の摩擦公式を用いKobayashi et.al.にならうと差分形で

$$\left(\frac{\partial\tau_b}{\partial t}\right)_{j,n}=2f_w\frac{|u_{j,n}|}{h_{j,n}}\left[(u_{j,n}^2-h_{j,n})\frac{h_{j+1,n}-h_{j-1,n}}{2\Delta x}+u_{j,n}\left(\frac{m_{j+1,n}-m_{j-1,n}}{2\Delta x}+2\Delta x v^{*}_{j}\right)-\theta_j h_{j,n}-f_w|u_{j,n}|u_{j,n}-\frac{m_{j,n}}{h_{j,n}}v^{*}_{j}\right] \quad (17)$$

$\tilde{D}_{j,n}$は段波の付近で生じる寄生波（parasitic wave ）を減衰させるために導入された逸散項である。初期条件、境界条件の扱いについては Kobayashi,Otta & Roy(1987)に従った。

原稿執筆の時点で載せるべき結果が得られていないので、講演時に述べたい。

［参考文献］

S.Hibberd & D.H.Peregrine, Surf and run-up on a beach:a uniform bore,J.Fluid Mech.Vol.95-2,1979

N.Konayashi & A.K.Otta,Wave Reflection and Run-up on Rough Slopes,J.Waterway,Port,Coastal and Ocean Engineering,ASCE,Vol.113 No.3,1987