

Pasternak基礎上の熱勾配をもつ変断面長方形板の振動、座屈及び動的安定

長崎大学工学部 学生員 ○山口陽市
 長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
 長崎大学工学部 学生員 其田智洋

1. まえがき われわれは、Kar¹⁾によって提案された熱勾配を持つPasternak基礎上で変断面片持ばりの動的安定問題を、板の問題へ拡張することを計画している。その第一段階としてPasternak基礎上の一様断面の長方形板の動的安定性を解析した²⁾。これより、Pasternak基礎上の長方形板の動的安定性を明らかにすることができた。引き続いて、本研究では長方形板を熱勾配を持つ変断面長方形板に拡張して、振動、座屈、動的不安定領域に及ぼすPasternak基礎、変断面、および温度の各パラメーターの影響を各種の境界条件のもとに明らかにする。

2. 運動方程式および解法 図-1に示すようなバネとせん断層からなるPasternak基礎上のx方向の熱勾配をもつ変断面長方形板が一様分布の静的面内力と変動面内力を受ける場合の運動方程式は次のように与えられる。

$$L(w) = \frac{\partial^4 D}{\partial x^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right) + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + K_e w - K_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (N_{x_0} + N_{x_1} \cos \Omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 $D(x) = E(x)h(x)^3/12(1-\nu^2)$ ：板剛度、 $E(x)$ ：ヤング率、 $h(x)$ ：板厚、 ν ：ポアソン比、 w ：たわみ、 ρ ：板の密度、 K_e ：バネ定数、 K_s ：せん断層定数、 x, y ：平板中央面の座標系、 Ω ：変動面内力の円振動数、 t ：時間、上式において熱勾配の項はヤング率 E に含まれている。

板の境界条件は単純支持と固定の組合せ

からなる次の4種類を考える。

CASE I：全周辺単純支持、

CASE II：荷重辺単純支持・他対辺固定、

CASE III：荷重辺固定・他対辺単純支持、

CASE IV：全周辺固定、

式(1)の一般解を次のように仮定する。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(t) W_{mn}(x, y) \quad (2)$$

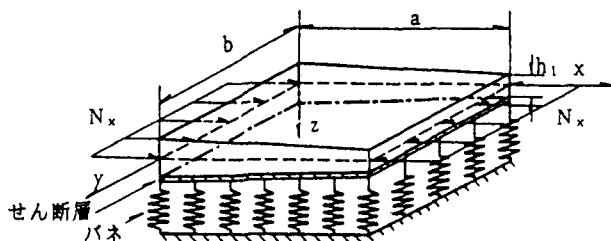


図-1 一般図

ここに、 T_{mn} ：時間関数、 W_{mn} ：境界条件を満足する座標関数。上式の W_{mn} として、面内力を受けないPasternak基礎上の長方形板の固有振動形を用いる。

長方形板の板厚およびヤング率はいずれもx方向に線形的に変化するものとし、これらを $x=a$ の断面の値を用いて表すと次のようになる

$$h(x) = h_1 \{1 + \beta^* (1 - \xi)\} = h_1 g(\xi), \quad E(x) = E_1 \{1 + \delta (1 - \xi)\} = E_1 T(\xi) \quad (3)$$

ここに、 β^* ：変断面パラメーター、 δ ：温度パラメーター、 $\xi = x/a$

W_{mn} が固有振動形であることを考慮のうえ式(2)、(3)を式(1)に代入すると、次式が得られる。

$$L(w) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ T_{mn}(\tau) + \frac{\omega_{mn}^2}{\omega_{11}^2} T_{mn}(\tau) \right\} g(\xi) W_{mn} + \frac{\pi^2 \lambda_{cr}}{k_{11}^0 \beta^*} (N_{x_0} + N_{x_1} \cos \bar{\omega} \tau) \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} T_{mn} \quad (4)$$

ここに、 $\lambda_{cr} = N_{cr} b^3 / D_1 \pi^2$ (座屈固有値)、 $k_{11}^0 = b \sqrt{\rho h_1 \omega_{11}^2 / D_1}$ (Pasternak基礎がない場合の1次振動の固有値)、 $\bar{\omega} = \Omega / \omega_{11}^0$ 、 $\tau = \omega_{11}^0 t$ 、 ω_{11}^0 ：Pasternak基礎がない場合の1次振動の固有円振動数、

$N_{x_0} = N_{x_0} / N_{cr}$ 、 $N_{x_1} = N_{x_1} / N_{cr}$ 、 N_{cr} ：座屈面内力、 $\beta = a/b$ ：縦横比

式(4)に、Galerkin法を適用すると、次式が得られる。

$$[A]\{T\} + [B]\{T\} + (\bar{N}_{x_0} + \bar{N}_{x_L} \cos \bar{\omega} \tau) [C]\{T\} = \{0\} \quad (5)$$

式(5)は連立のMathieuの方程式である。文献2)の方法を用いて不安定領域を境界条件、縦横比 β 、無次元バネ定数 α_e^* 、無次元せん断定数 α_s^* 、変断面パラメーター β^* 、および温度パラメーター δ のもとに解析することができる。 α_s^* を無視すればWinkler基礎の影響を評価することができる。

3. 数値結果 (1)固有振動解析

図-2、3に全周辺単純支持正方形板(CASE I, $\beta=1.0$)の固有振動特性を示す。

図-2、3の縦軸 ω^* は無次元振動数($\omega^* = \omega_{i,j} / \omega_{1,1}^*$)で、横軸 β^* は変断面パラメーターである。 β^* が増加するにしたがって、固有振動数は増加し、その効果は高次振動になるほど大きくなる。図-3の横軸 δ は温度パラメーターである。 δ が増加するにしたがって固有振動数は減少し、その効果は高次振動になるほど大きくなる。なお、変断面および温度の固有振動数に及ぼす影響は小さい。

図-2 固有振動特性

図-3 固有振動特性

変断面の影響

温度勾配の影響

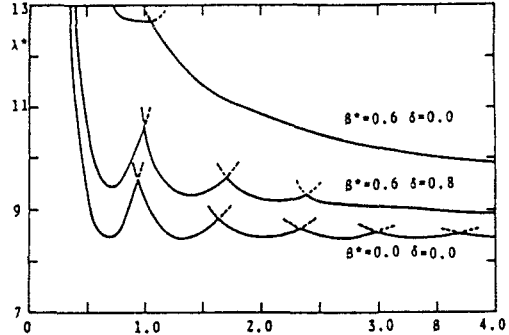


図-4 座屈曲線

(2)座屈解析 図-4は全周辺単純支持の長方形板(CASE I, $\alpha_e^*=2.0$, $\alpha_s^*=2.0$)の座屈曲線を示す。変断面長方形板の座屈特性は一樣断面の場合と異なって、同じ最小値をもたない。 β^* が増加すると座屈固有値は増加し、温度勾配 δ の存在は座屈固有値を下降させる効果をもつ。

(3)不安定領域 図-5は、全周辺単純支持正方形板(CASE I, $\beta=1.0$, $\alpha_e^*=2.0$, $\alpha_s^*=2.0$, $\bar{N}_{x_0}=0$, $\bar{N}_{x_L}=0.5$)の不安定領域に及ぼす変断面パラメーター β^* の影響を示したものである。 β^* が増加すると不安定領域の幅は狭くなる。

4. まとめ 変断面パラメーターが増加すると固有振動数および座屈固有値は増大し、不安定領域についてはその幅が狭くなる。

これらに及ぼす境界条件、Pasternak基礎の剛性および温度勾配の影響については講演時に発表する。

参考文献

- 1) Kar, R.C. and Sujata, T.: Computer & Structures(1988), Vol. 29, No. 4, pp. 591-599.
- 2) 高橋、其田、夏秋: 構造工学論文集(1992), Vol. 38A

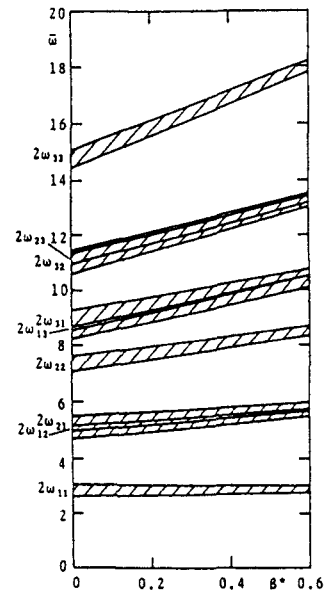


図-5 不安定領域