分枝限定法を用いた２目的最適塑性設計の離散化

九州大学工学部　正　員○千々岩　浩巳
九州大学工学部　正　員　太　田　俊昭
九州共立大学工学部　正　員　三　原　徹治

１．はじめに　骨組構造の最適塑性設計に関する従来の研究は、構造全体が塑性崩壊しないこと(安全性)を保証したうえで経済性の指標として構造重量の最小化を図る最小重量設計、ある経済性の制限のもとで安全性を追求する最大荷重設計および安全性と経済性を同時に追求する２目的最適設計[1)]に大別され、中でも２目的最適設計は、「より安全でより経済的」という設計者の意図を直接的に反映させることができる。しかしながら、それらの研究では設計変数を連続変数とするため、既製形鋼などによる設計のように設計変数を離散変数として取扱う必要がある場合への適用が困難である。

本研究は、離散変数による２目的最適設計を可能にするため、分枝限定法[2)]による離散的設計法を提示するものである。その方法は、まず混合整数計画問題に有効とされている分枝限定法の基礎式に、満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法によって単一目的線形計画問題(ＬＰ)に変換された連続的２目的最適設計基本式を採用する。次に離散解の最適性を判定する評価関数を「満足度」を用いて定義する。以下、離散値データに基づく分枝を繰返し、評価関数を最小にする離散解を最適離散解とする。なお、本研究においては、比例荷重(作用荷重が比例的に変化する)の仮定を含め、慣用の剛塑性理論に従う。

２．満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を用いた２目的最適設計基本式

安全性と経済性を同時に目的とする２目的最適設計の基本式に満足化トレードオフ法におけるスカラ化手法を適用したＬＰ問題は式(1)のように表される[1)]。

既知数：$a, C, F, N, R, W_S, W_A, \alpha_S, \alpha_A$　未知数：Q, W, α, Z

目的関数：$Z = \max(Z_W, Z_\alpha) \rightarrow \min.$　………(1a)

制約条件：$C^T Q - \alpha F = 0,\ N^T Q - R^T X \leqq 0$　………(1b, c)

$a^T X - (W_A - W_S) Z \leqq W_S,\ \alpha - (\alpha_A - \alpha_S) Z \geqq \alpha_S$　…(1d, e)

$X^L \leqq X \leqq X^U$　………(1f, g)

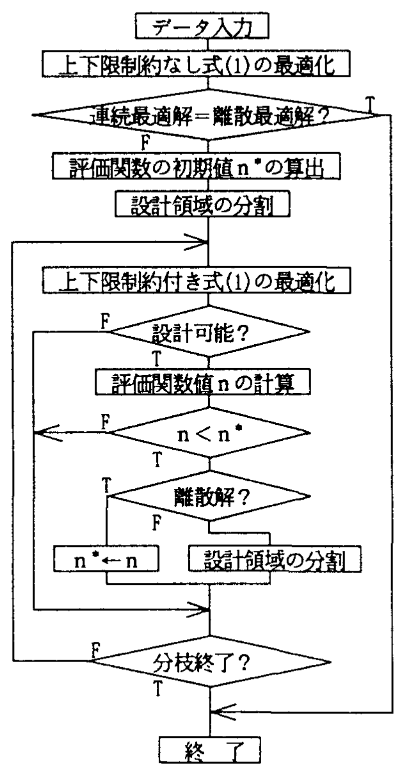
ただし、$Z_W = (W - W_S)/(W_A - W_S),\ Z_\alpha = (\alpha - \alpha_S)/(\alpha_A - \alpha_S)$

ここに、X：設計変数ベクトル, Q：内力ベクトル, W：構造重量関数($= a^T X$, a：重量換算ベクトル), α：崩壊荷重係数, C：適合マトリックス, F：基準となる外力ベクトル, N：降伏面における単位法線マトリックス, R：塑性容量の１次微係数マトリックス($R^T X$：塑性容量ベクトル), Z_W, Z_α：それぞれ構造重量および崩壊荷重係数に関する満足度, 上付添字U, L, Tはそれぞれ上限値, 下限値, 転置を、A, Sはそれぞれ希求水準および理想点を示す。

３．分枝限定法による最適離散解探索手法

(1)最適性判定のための評価関数

設計変数の上下限値制約がinactiveとなるように式(1f, g)のX^L(X^U)に十分小さな(大きな)値を設け、任意の理想点および希求水準値を与えて式(1)を解くと、経済性および安全性の満足度を均一化するような連続変数による最適解(連続最適解)が得られる。一方、ある離散値データの組合せ(離散解)は、与えた理想点および希求水準値に対してある満足度を有する。よって、その満足度と連続最適解



図－1　解析アルゴリズム

のそれとの差が小さければその離散解はより良い解と判断される。すなわち、離散解の最適性を判定するための評価関数は式(2)のように表される。

$$n=(Z_{WI}-Z_{Wi})^2+(Z_{\alpha I}-Z_{\alpha i})^2 \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

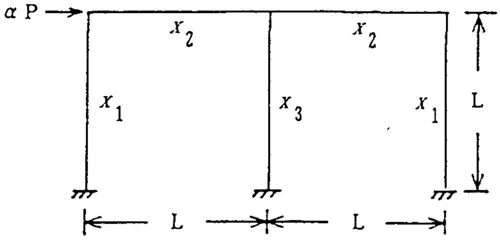
ここに、添字I, iはそれぞれ連続最適解および各離散解を示す。

(2)分枝限定法による離散化アルゴリズム

分枝限定法は、与えられた離散値データを用いて連続最適化における設計変数の上下限値制約の設定を変えることにより設計値の離散化を図るとともに、得られた評価関数値により解の改良の可能性を判断しながら分枝を繰返し、結果的に最適離散解を得る手法である。２目的最適設計への適用は、式(1)を基礎式とし、式(2)を評価関数に選ぶことにより図-1に示すような解法アルゴリズムとして得られる。なお、評価関数の初期値 n^* の算出は、計算の効率化を目的としており、本法では連続最適解近傍の離散値データの組合せより算出した。

４．数値計算例による特性分析

本法の特性を検討するため、図-2に示す１層２スパンラーメンの数値計算を行った。離散値データにはＪＩＳの既製形鋼(表-1)を用いた。計算結果の一例として、W_S=0.0, W_A=180.0, α_S=10.0と固定し、α_Aを変化させた場合の連続最適解および離散最適解の変化を表-2に示す。



P＝10.0tf, L＝4.0m

図－１　１層２スパンラーメン

表－１　離散値データ　(tf･m)

No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント	No.	全塑性モーメント
1	2.102	12	11.400	23	24.960
2	2.448	13	12.600	24	27.120
3	3.696	14	13.008	25	30.720
4	3.768	15	13.392	26	31.920
5	3.768	16	13.560	27	33.840
6	5.016	17	17.184	28	34.800
7	5.904	18	19.320	29	36.000
8	7.416	19	20.616	30	36.720
9	7.656	20	20.832	31	38.640
10	8.784	21	23.040		
11	8.856	22	24.480		

表-2から、まず、連続最適解の設計値が一定の比($2X_1=2X_2=X_3$)であるのに対し、表-1に示す離散値データに基づく離散最適解では当然のことながらそのような傾向は認められない。また、α_Aの増加につれて連続最適解は常に増加の傾向を示し、離散最適解は段階的な増加傾向にある。さらに、本法では「満足度」に基づく評価関数を用いているため、離散最適解の荷重係数値は常に連続最適解より小さいが、構造重量については一定の関係が認められない。このように離散最適解は、連続最適解とはかなり異なる傾向を有し、離散化に伴い最適化計算がより重要であることがわかる。ただし、表-2の最右欄に示すように計算に要した全ノード数は15～51であり、本法は比較的多くの計算量を必要とし、今後改善の余地があると思われる。

表－２　α_A～最適解関係

	連続最適解						離散最適解						
α_A	Z	X_1	X_2	X_3	α	W	Z	X_1	X_2	X_3	α	W	節点数
0.4	0.901	6.757	6.757	13.514	1.351	162.16	0.905	7.656	5.904	13.560	1.312	162.72	33
0.8	0.935	7.009	7.009	14.019	1.402	168.22	0.939	7.416	7.416	12.600	1.359	169.06	15
1.2	0.971	7.282	7.282	14.563	1.456	174.76	0.974	7.656	7.416	13.560	1.432	174.82	43
1.6	1.010	7.576	7.576	15.152	1.515	181.82	1.016	8.856	7.416	13.008	1.464	182.21	43
2.0	1.053	7.895	7.895	15.789	1.579	189.47	1.056	7.656	7.416	17.184	1.554	189.31	51
2.4	1.099	8.242	8.242	16.484	1.648	197.80	1.104	7.656	7.416	19.320	1.607	197.86	43
2.8	1.149	8.621	8.621	17.241	1.724	206.90	1.157	7.416	8.856	19.320	1.667	207.46	31
3.2	1.205	9.036	9.036	18.072	1.807	216.87	1.210	8.784	8.784	19.320	1.771	217.82	31
3.6	1.266	9.494	9.494	18.987	1.899	227.85	1.279	11.400	8.784	17.184	1.815	230.21	19
4.0	1.333	10.000	10.000	20.000	2.000	240.00	1.343	8.856	8.856	24.480	1.940	239.62	25

参考文献　1)三原徹治:満足化トレードオフ法による骨組構造の最適塑性設計,第2回システム最適化に関するシンポジウム論文集,土木学会,1991.11.　2)今野浩,鈴木久敏:整数計画法と組合せ最適化,日科技連,1991.　3)中山弘隆:多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案,計測自動制御学会論文集,第20巻第1号,1984.1.