土木学会西部支部研究発表会(1992.3)

満足化トレードオフ法による骨組構造の塑性解析法

九州共立大学工学部　正　員　三原　徹治
同　　上　　○学生員　山下　　保
九州大学工学部　正　員　千々岩浩巳

1．緒　言

従来の塑性解析法に関する研究では、「構造物に作用する荷重量が比例的に変化する」という比例荷重の仮定が多く用いられてきた[1]が、この仮定が適切でない場合もある。そのような場合における塑性解析を可能にするため、本研究では、「構造物に作用する荷重系を複数の比例荷重の重ね合せ」と仮定した解析基本式の定式化を行い、多目的計画法を導入した解析手法を提示する。

その方法は、まず崩壊荷重解析に必要な基本条件を導き、次にこの基本条件を用いて解析基本式を複数の荷重係数のそれぞれの最大化を図る多目的線形計画問題として定式化する。この最適化問題の解は、ある荷重係数値を大きくするためには他の荷重係数値が小さくならざるを得ない荷重係数の組合せ（Pareto解）として得られることになるが、ここでは、その解法に満足化トレードオフ法における補助的スカラ化手法[2]を用い、単一目的線形計画問題への変換を示す。ラーメン構造による数値計算から提案法の妥当性を確認し、得られるPareto解特性について検討する。

2．解析基本式および解法

構造物に作用する荷重系を「複数の比例荷重の重ね合せ」と仮定すると、平衡条件と降伏条件はそれぞれ式(1),(2)のようになる。ここに、$\boldsymbol{C}$は適合マトリックス、$\boldsymbol{Q}$は内力（断面力）ベクトル、$\boldsymbol{F}_f$，α_fはそれぞれf番目の荷重系の基本荷重ベクトルおよび荷重係数、$\boldsymbol{N}$は降伏面における単位法線マトリックス、$\boldsymbol{R}$は塑性容量ベクトル、Ｉは作用荷重系の総数であり、上付き添字Ｔは転置マトリックスを示す記号である。

全Ｉ個の荷重係数の中には、変動幅が小さく、ある値に固定した方が解析上妥当と考えられるものもある。また、塑性解析の下界定理[3]によれば「静的許容な荷重の中で最大のものが真の崩壊荷重」であるため、本研究では、解析基本式として（Ｉ－Ｋ）個の荷重係数を固定し、残りのＫ個の荷重係数の最大化を意図する式(3)のような多目的線形計画問題を設定する。ここに、式(3)はＫ個の未知荷重係数α_f（f＝1..K）と固定された（I-K)個の荷重係数α_f（f＝1..K）による平衡条件（式(3b)）と降伏条件（式（3c)）を満足させたうえでＫ個の未知荷重係数α_f（f＝1..K）のそれぞれを最大にする（式(3a)）問題であり、満足化トレードオフ法における補助的スカラ化手法[2]を適用すると式(4)に示す単一目的線形問題（ＬＰ）に変換される。ただし、Ｚ（＝maxＺ$_f$)は問題全体の満足度、Ｚ$_f$（＝$(\alpha_f-\alpha_{fs})/(\alpha_{fA}-\alpha_{fs})$ (f=1..K)）はｆ番目の荷重係数α_fの最大化に対する満足度、α_{fs}, α_{fA}は、それぞれ各目的に対する理想点と希求水準を示す。

$$\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{Q}=\sum_{f=1}^{I}\alpha_f\boldsymbol{F}_f \qquad \cdots\cdots (1)$$

$$\boldsymbol{N}^T\boldsymbol{Q}\leq\boldsymbol{R} \qquad \cdots\cdots (2)$$

目的関数：$\alpha_f\to\max.$　(f＝1..K)　$\cdots\cdots$ (3a)

制約条件：

$$\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{Q}-\sum_{f=1}^{K}\alpha_f\boldsymbol{F}_f=\begin{cases}\displaystyle\sum_{f=K+1}^{I}\alpha_f\boldsymbol{F}_f & (K\neq I)\\ \boldsymbol{0} & (K=I)\end{cases} \qquad \cdots\cdots (3b)$$

$$\boldsymbol{N}^T\boldsymbol{Q}\leq\boldsymbol{R} \qquad \cdots\cdots (3c)$$

目的関数：Z→min.　$\cdots\cdots$ (4a)

制約条件：

$$\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{Q}-\sum_{f=1}^{K}\alpha_f\boldsymbol{F}_f=\begin{cases}\displaystyle\sum_{f=K+1}^{I}\alpha_f\boldsymbol{F}_f & (K\neq I)\\ \boldsymbol{0} & (K=I)\end{cases} \qquad \cdots\cdots (4b)$$

$$\boldsymbol{N}^T\boldsymbol{Q}\leq\boldsymbol{R} \qquad \cdots\cdots (4c)$$

$$\alpha_f-(\alpha_{fA}-\alpha_{fs})\,Z\geq\alpha_{fs}\quad (f=1..K) \qquad \cdots\cdots (4d)$$

式(4)を用いれば、ある与えられた理想点と希求水準に対する崩壊荷重係数の組合せのひとつをＬＰにより求めることができ、他の崩壊荷重係数の組合せを求めるトレードオフも容易である。

3．計算例

図－１に示す２荷重系構造の崩壊荷重解析を行った。図中、Ｍ$_P$は各要素の全塑

性モーメント容量であり全要素一定(M_P=5.0WL)であることを示す。理想点と希求水準を種々変化させ、(4)を用いて塑性解析を行った。得られたPareto解(α_1^P, α_2^P)の関係を図示すると図－２が得られる。図－２においてPareto解は、ＡＢ領域（α_1^Pは一定でα_2^Pが増加する領域）、ＣＤ領域（α_2^Pは一定でα_1^Pが減少する領域）およびＢＣ領域（α_1^Pの減少とα_2^Pの増大が同時に認められる領域）とに明確に区分されるが、その連続性が保たれていることがわかる。また、Ｃ点の解(α_1^P, α_2^P)=(1.667, 1.667)は、$\alpha_1=\alpha_2$、すなわち比例荷重を仮定したときの崩壊荷重係数α^c=1.667と一致し、本法による解が比例荷重を仮定した場合の解を包含することが確認される。さらに、ＡＢ領域の解を与える崩壊メカニズムは図－３(a)に示す水平荷重系のみによる下層の枠メカニズム（基本メカニズムのひとつ）であり、ＢＣ領域では考慮した２荷重系のいずれもが関与する組合せメカニズムが得られる（例えば、Ｅ点では図－３(b)に示すメカニズムが生起した）。このように、本法は、異なるメカニズムが生起する場合にも適用可能であることが認められる。

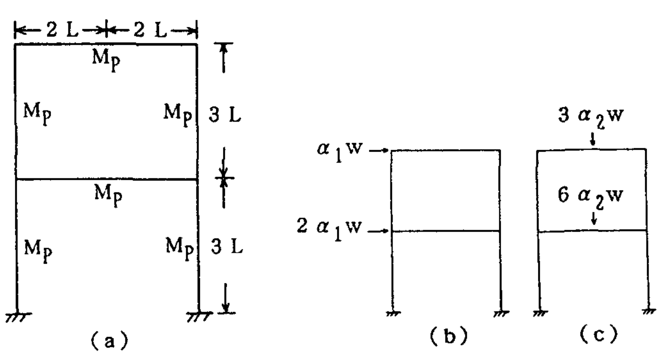
４．結　言

本研究は多目的計画法を用いて比例荷重の仮定が適切でない場合の崩壊荷重解析に関する一手法を提示したものであり、以下、本研究で得られた主な成果を列挙する。

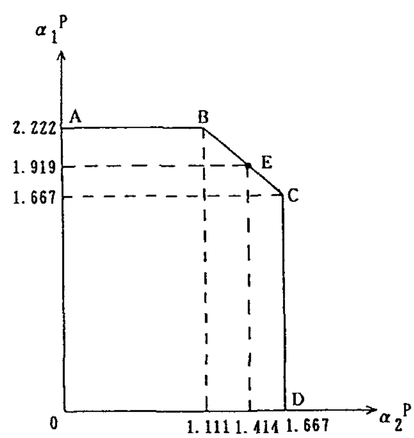
(1)複数の荷重係数のそれぞれの最大化を図る多目的線形計画問題を定式化し、満足化トレードオフ法における補助的スカラ化手法による解法がＬＰとして得られることを示した。

(2)２荷重系構造を対象とした数値計算結果より、本法による解の連続性と比例荷重を仮定した場合を包含することを確認し、その妥当性を検証することができた。

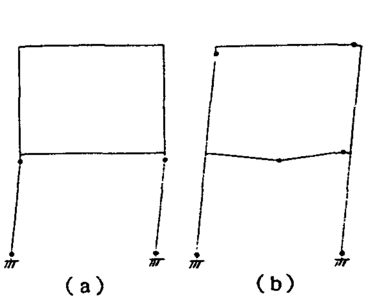
(3)本法を用いれば、理想点および希求水準値の変更によって異なる崩壊荷重係数の組合せを得ることができ、その崩壊メカニズムは基本メカニズム，組合せメカニズムを問わないことがわかり、本法の汎用性を確認することができた。



図－１　構造載荷形式 (a)構造形式
(b)荷重系(f=1) (c)荷重系(f=2)



図－２　Pareto解（崩壊荷重の組合せ）



図－３　崩壊メカニズム
(a)図-2の線分ＡＢのメカニズム
(c)図-2の点Ｅのメカニズム

参考文献

1)例えば、Cohn, M.Z. et. al.:Unified Approach to Theory of Plastic Structures, Proc. of ASCE, No.EM5, pp.1133～1158, 1972.10

2)中山弘隆:多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案,計測自動制御学会論文集,第20巻第1号,pp.29～35,1984.1.

3)石川信隆,大野友則:入門・塑性解析と設計法,森北出版,1988.5.